ALTES GRIECHISCHES EPIGRAMM MATHEMATISCHEN INHALTS, VON LESSING ERST...

Jacob Struve, Carl Ludwig Struve

Digitized by Google

*38 Aa. 63

Digitized by Google

Altes
griechisches Epigramm

mathematiſchen Inhalts,

von *Leſſing* erſt einmal zum Drucke befördert,

jetzt neu abgedruckt,

und mathematiſch und kritiſch behandelt

von

Dr. *J. Struve*,
Director des Königl. Gymnaſiums in Altona,

und

Dr. *K. L. Struve*,
Director des Städt. Gymnaſiums in Königsberg,

Vater und Sohn.

Altona 1821,
in Commiſsion bey J. F. Hammerich.

Digitized by Google

KAISERLICHE KOENIGLICHE · HOFBIBLIOTHEK · WIEN

Digitized by Google

Siciliens Fruchtbarkeit iſt in alten und neuen Zeiten gleich berühmt. Rom nannte es mit Recht ſeine Kornkammer. *Cicero* konnte als Quäſtor in dieſer Provinz Rom und Italien vor einer Hungersnoth ſchützen. Wie ſeine Erwartung, für dieſes Verdienſt allgemein gerühmt zn werden, getäuſcht worden ſey, erzählt er ſelbſt in der *Rede für den Cn. Plancius 26. 27.*, und hat unſer *Gellert* in ſeiner Erzählung, *der gehoffte Ruhm*, und deren Anwendung, für uns noch lehrreicher gemacht. Aber auch an vorzüglich ſchönem Hornvieh war Sicilien nicht weniger reich, und iſt es noch. *A. W. Kephalides* in ſeiner *Reiſe durch Italien und Sicilien* 1818. S. 252. erzählt, ſich an *Homer* erinnernd: „Tag's darauf bewegte ſich unſer Zug, theils zu Eſel, theils zu Fuſs, durch blumige Auen, fruchtbare Reisfelder, und *graſige Wieſen, auf denen zahlreiche Heerden hochgehörnter Rinder weideten*, nach Caſtelvetrano. Wirklich hat *Homer* *dieſe hervorſtechende Eigenthümlichkeit des Landes* richtig aufgefaſst:

 „Als

„Als wir von Scylla's Felſen nunmehr, und der grauſen Charybdis
Flüchteten, kamen wir bald zu des Gottes herrlicher Inſel,
Wo die prangenden Heerden der breitgeſtirneten Rinder
Waren, und treflicher Schaafe, dem leuchtenden Sohn Hyperions."

Voſs.

Dies ſind *Homers* Verſe im 12ten Geſang der Odyſſee 260 ff.; ſchon in den Verſen 127 ff. vorher hatte er die Circe dem Ulyſſes weiſſagen laſſen:

„Jetzo gelangſt du zur Inſel Thrinakia. Siehe da weiden,
Viel und wohl genährt, des Helios Rinder und Schaafe;
Sieben Heerden der Rinder, und gleichviel treflicher Schaafe,
Funfzig in jeglicher Heerd."

Voſs.

Ob nun *Homer* mit dieſem Mythus etwas mehr habe ſagen wollen, als *Sicilien iſt überaus reich an ſchönem Horn- und wolligtem Viehe*, ſtehe dahin. Genug ein *ungenannter alter Mathematiker* ſcheint nach Leſung des Mythus gleich die Frage an ſich ſelbſt gethan zu haben: Wenn Ulyſs da, wo ſein Schiff vor Anker lag, in einem kleinen Bezirke 350 Rinder des Sonnengotts vorfand, wie viele Rinder und Kühe des Sonnengottes, d. i. ſchöne und wohlgenährte, mögen denn wol auf dem ganzen ſo fruchtbaren Sicilien geweſen ſeyn.

Aber

Digitized by Google

Aber ſtatt nach Wahrſcheinlichkeit dieſe Anzahl zu berechnen, etwa ſo: *Sicilien's Fläche iſt gegen 600 Quadratmeilen groſs; von dieſen mögen 100 bis 150 in Weiden und Wieſen für's Hornvieh liegen; jede Quadratmeile giebt nun für ſo und ſo viel Stück hinlänglich Futter auf ein Jahr her* u. ſ.w., ſtatt deſſen ſetzt der alte Knaſterbart ſich flugs hin, entwirft ohne Berechnung eine nicht wenig verwickelte Aufgabe über dieſe Anzahl, und drechſelt ſie, könnte man ſagen, in griechiſche Hexameter und Pentameter hinein. Dergleichen kurze Gedichte wurden in ſeinem Zeitalter *Epigrammen* genannt. Unter dem Namen *Epigramm* ſchickte er alſo auch ſeine Aufgabe in die Welt, ſpiegelte dieſer, vor, ſie ſey von *Archimedes*, oder gar noch älter, und mag, ſo lange er lebte, heimlich ins Fäuſtchen gelacht haben, daſs keiner dieſs vorgebliche Archimediſche Räthſel löſen konnte, ſich bewuſst daſs es von ihm ſey, und er ſelbſt es nicht vollſtändig zu löſen vermöge.

Das Manuſcript dieſes die räthſelhafte Aufgabe enthaltenden Epigramms fand *Leſſing* in der Wolfenbüttler Bibliothek nebſt einem dabey befindlichen griechiſchen Scholion, und lieſs beydes in ſeinem zweyten *Beytrage zur Geſchichte und Lit-*

Digitized by Google

Litteratur S. 423 ff. im Jahre 1773 abdrucken. Das *Scholion* iſt wahrſcheinlich von dem alten Mathematiker ſelbſt, und nicht von einem andern. Ein ſpäterer würde uns die Auflöſung der erſten 8 Gleichungen haben geben können, und würde die unüberwindliche Schwierigkeit der 9ten anerkannt haben. So aber begnügt ſich der Verfaſſer ohne Anzeige ſeiner Auflöſung blos *8 Zahlen* aufzuſtellen, die aber *ganz unrichtig* ſind, da ſie die 8te Bedingung nicht erfüllen, geſchweige ſich um die 9te zu bekümmern, und die ſelbſt in Anſehung der erſten 7 Bedingungen zwar Probe halten, wie ein wackerer Schulmann, der damalige Rector *Chr. Leiſt* am angef. O. S. 438 ff. dargethan hat, aber doch nicht die kleinſten ſind, die dies leiſten. Der wackere *Leiſt* hatte vermuthlich nicht Zeit und Muſse genug, *dieſe kleinſten Zahlen* aufzufinden, und zwar *ſo, daſs ſie zugleich die 8te Bedingung erfüllen. Beydes zu leiſten, ſey in dem Folgenden unſer*, wie wir hoffen, *glückliches Beſtreben.* Uebrigens nennt auch noch *Klügel* in ſeinem *mathematiſchen Wörterbuche* Th. 1. S. 184. dieſe Aufgabe ein *algebraiſches Räthſel*, ſpricht ſie Archimedes, und jedem Alten vor dem Gebrauche unſrer Zifern ab, und geſteht die Schwierigkeit der Auflöſung ein.

Seit

Digitized by Google

Seit 1773 iſt dies Epigramm meines Wiſſens nicht wieder abgedruckt worden; wenigſtens iſt es nicht in *Jacob's* Anthologie aufzufinden. Darum ſtehe es hier neu abgedruckt mit einer etwanigen Ueberſetzung, um aus der letztern, auch ohne des Griechiſchen kundig zu ſeyn, die Gleichungen hernehmen zu können.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ,

ὅπερ ἈΡΧΙΜΗΔΗΣ ἐν ἐπιγράμμασιν εὑρὼν

τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα a) πραγματευομένοις ζητεῖν ἀπέστειλεν,

ἐν τῇ πρὸς ἘΡΑΤΟΣΘΕΝΗΝ τὸν ΚΥΡΗΝΑΙΟΝ ἐπιστολῇ.

Πληθὺν ἠελίοιο βοῶν, ὦ ξεῖνε, μέτρησον,
  Φροντίδ' ἐπιστήσας, εἰ μετέχεις σοφίης,
Πόσση ἄρ' ἐν πεδίοις b) Σικελῆς ποτ' ἐβόσκετο νήσου
  Θρινακίης, τετραχῆ στίφεα δασσαμένη
Χροιὴν ἀλλάσσοντα· τὸ μὲν λευκοῖο γάλακτος,
  Κυανέῳ δ' ἕτερον χρώματι λαμπόμενον,
Ἄλλογε μὲν ξανθὸν, τὸ δὲ ποικίλον. Ἐν δὲ ἑκάστῳ
  Στίφει ἔσαν ταῦροι c) πλήθεσι βριθόμενοι,
Συμμετρίης τοιῆσδε τετευχότες. Ἀργότριχας μὲν
  Κυανέων ταύρων ἡμίσει ἠδὲ τρίτῳ,

Καὶ

---

a) Lessing πραγματευμένοις.
b) 3. Vielleicht ἀγέλη.
c) 8. Vielleicht πλήθει.

Καὶ ξανθοῖς σύμπασιν ἴσȣς, ὦ ξεῖνε, νόησον.
Αὐτὰρ κυανέȣς τῷ τετράτῳ μέρεϊ
Μικτοχρόων d) καὶ πέμπτῳ, ἔτι ξανθοῖσι τὲ πᾶσι.
Τȣ̀ς δ' ὑπολειπομένȣς e) ποικιλόχρωτας ἄθρει
Ἀργεννῶν ταύρων ἕκτῳ μέρει, ἑβδομάτῳ τε,
Καὶ ξανθοῖς f) αὖτις πᾶσιν ἰσαζομένȣς.
Θηλείαισι δὲ βȣσὶ τάδ' ἔπλετο· λευκότριχες μὲν
Ἦσαν συμπάσης κυανέης ἀγέλης
Τῷ τριτάτῳ τε μέρει καὶ τετράτῳ ἀτρεκὲς ἶσαι.
Αὐτὰρ κυάνεαι τῷ τετράτῳ τε πάλιν
Μικτοχρόων d) καὶ πέμπτῳ ὁμȣ̃ μέρει ἰσάζοντο,
Σὺν ταύροις g) πασῶν εἰς νομὸν ἐρχομένων.
Ξανθοτρίχων h) δ' ἀγέλης πέμπτῳ μέρει ἠδὲ καὶ ἕκτῳ
Ποικίλαι ἰσάριθμον πλῆθος ἔχον i) ἀτρεκές.
Ξανθαὶ δ' ἠριθμεῦντο μέρους τρίτȣ ἡμίσει ἶσαι
Ἀργεννῆς ἀγέλης ἑβδομάτῳ τε μέρει.
Ξεῖνε, σὺ δ' ἠελίοιο βόες πόσαι ἀτρεκὲς εἰπὼν·
Χωρὶς μὲν ταύρων ζατρεφέων ἀριθμόν,
Χωρὶς δ' αὖ θήλειαι ὅσαι κατὰ k) χρῶμα ἕκασαι.
Οὐκ ἄϊδρίς κε λέγοι, ȣ̓δ' ἀριθμῶν ἀδαής,
Οὐ μήν πώ γε σοφοῖς l) ἐναρίθμιος, ἀλλ' ἴθι φράζευ
Καὶ

---

d) 13. 21. *L.* Μικτορχόων u. Μικτροχοων unſtreitig Druckfehler; vielleicht στικτοχρόων.
e) 14. *L.* ποικιλοχρόας.
f) 16. *L.* αυτȣ̀ς; wahrſcheinlich Druckfehler.
g) 22. *L.* πάσης — ερχομένης.
h) 23. *L.* ohne δ'.
i) 24. *L.* hat ἔχον. Τετραχῆ.
k) 29. *L.* χροιὰν.
l) 31. *L.* ἐν αριθμοῖς.

Καὶ [m] τάδε πάντα βοῶν ἠελίοιο πάθη.
Ἀργότριχες ταῦροι μὲν ἐπεὶ [n] μιξαίατο πλῆθυν
Κυανέοις ἵσαντ' ἔμπεδον ἰσόμετροι
Εἰς βάθος εἰς εὖρος τέ. τὰ δ' αὖ περιμήκεα πάντῃ
Πίμπλαντο πλίνθου Θρινακίης πεδία.
Ξανθοὶ δ' αὖτ' εἰς ἓν καὶ ποικίλοι ἀθροισθέντες
Ἵσαντ' ἀμβολάδην ἐξ ἑνὸς ἀρχόμενοι
Σχῆμα τελειοῦντες τὸ τρικράσπεδον· οὔτε προσόντων
Ἀλλοχρόων ταύρων [o], οὔτ' ἐπιλειπομένων.
Ταῦτα συνεξευρὼν καὶ ἐνὶ πραπίδεσσιν ἀθροίσας,
Καὶ πλήθεων ἀποδοὺς, ὦ ξένε, πάντα μέτρα,
Ἔρχεο κυδιόων νικηφόρος· ἴσθι τε πάντως
Κεκριμένος ταύτῃ ὄμπνιος ἐν σοφίῃ.

Ueberſetzung.

Die Menge des Hornviehs, welches Helios hatte, rechne, Freund, mir doch aus,
Verwende ſorgfältigs Nachdenken darauf, machst anders Du Anſpruch auf Weisheit,
Wie zahlreich ſie einſt weidete auf Siciliens Fluren,
Der dreyeckigen Inſel. Sie theilte *vierfach* ſich ab in groſse Haufen,
Die an *Farb'* ſich unterſchieden. Der eine war *weiſs*, wie die Milch;
Der andre glänzte mit ſchön *blauer* Farbe;
Ein andrer war *gelb*; noch einer *ſcheckigt*. In jedem Haufen
Waren *Rinder* in mächtiger Anzahl, und dieſe ſtanden

Zu

m) 32. vielleicht τάδ' ἔτ' ἄλλα.
n) 33—36. ſ. Anmerk. am Ende.
o. 40—Ende. ſ. Anmerk. am Ende.

Zu einander in folgendem Verhältniſs: I. Der *weiſshaarichten* waren ſo viele,
Als der *blauen* Hälfte und ein Drittheil derſelben
Nebſt allen *gelben* ausmacht; dies, Freund, merke Dir ja.
II. Der *blauen* ferner waren ſo viel, als ein Viertheil und ein Fünftheil
Der *ſcheckigten* ausmacht, wiederum nebſt allen *gelben* zuſammen.
III. Von den noch fehlenden *ſcheckigten* nimm hierauf gewahr,
Wie ſie dem Sechſtel und Siebentel der *weiſsen* Rinder
Nebſt der geſammten Zahl der gelben völlig gleich ſind.
Des *weiblichen Hornviehs* gab's dabey folgendes noch. IV. Von *weiſser* Farbe
Waren ſo viel, als von der geſammten *blauen* Heerde
Ein Drittel und genau ein Viertel ausmacht.
V. Der *blauen* Kühe gab's denn ſo viel, als Euch ein Viertel
Und ein Fünftel der *ſcheckigten* Heerde ausmacht.
Wenn dieſe mit den Stieren zugleich zur Weide wandelt.
VI. Die *ſcheckigte* Heerde machte ein Fünftel nebſt einem Sechſtel
Der ganzen *gelben* Menge aus. VII. Zum vierten zählte man
Der *gelben* Küh' ſo viel, als ein halb Drittel
Und ein Siebentel der ganzen *weiſsen* Heerd ausmacht.
Freund, ſagſt Du mir jetzt deutlich, wie zahlreich das Hornvieh des Helios war,'
Machst namhaft beſonders die Zahl der wohlgenähreten Rinder,
Und die auch der Kühe beſonders, wie viele derſelben von jeder Farbe:
So nennt man nicht ungeſchickt Dich, der Rechenkunſt nicht unerfahren.

Aber,

Aber unter die Weiſen zählt man Dich denn noch gar nicht, ſondern komm noch, und ſag mir
Auch folgendes alles, was noch bey des Helios Hornvieh Statt hatte.
VIII. Wenn die Menge der *weißen* Rinder mit ſich die der *blauen* verbunden:
So ſtand diese Heerde da in einer Fläche
Gleich in Anzahl an Länge und Breite, und dann füllte der Umfang
Ganz des dreyeckigten Siciliens Fluren.
IX. Stellten ſich ferner die *gelben* Rinder mit den *ſcheckigten* zuſammen,
Mit Einem an der Spitze, und ſtets in jeder Reihe ſich mehrend:
So bildeten ſie die Figur eines Dreyecks, ohne daſs dabey waren
Die Rinder von andern Farben, und ohne ſie dabey zu vermiſſen.
Haſt Du dieſes noch mit ausfündig gemacht, und haſt Du's im Kopfe,
Kannſt Du, Freund, nun alle Zahlen in den Mengen angeben:
Dann geh' ruhmwürdig, ſiegprangend, einher; ſey Dir bewuſst dann,
Daſs Du in dieſer Weisheit entſchieden ein ſehr erfahrner Mann biſt.

I. Betrachtet man dieſe Aufgabe in den mit I. bis IX. bezeichneten Angaben, ſo ſehen wir, ſie hat *9 Gleichungen für 8 unbekannte Gröſsen,* alſo

alſo für ihre *Auflöſung iſt reichlich* gegeben; aber es ſteht dahin, ob nicht auch hier, wie ſonſt im Leben, *Reichthum beſchwere und erſchwere.* Eingedenk des bekannten, *theile, und es wird Dir gelingen,* (divide et impera) nehmen wir zuerſt die 3 Gleichungen I. bis III. für die *Rinder;* ſie ſind, indem wir die Rinderzahl von jeder der 4 Farben nach dieſen ihren Farben mit W, B, S und G bezeichnen,

I. $W = (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})\,B + G$, d. i. $= \frac{5}{6}\,B + G$,
II. $B = (\frac{1}{4} + \frac{1}{5})\,S + G$, „ „ $= \frac{9}{20}\,S + G$, und
III. $S = (\frac{1}{6} + \frac{1}{7})\,W + G$, „ „ $= \frac{13}{42}\,W + G$.

Wir werden ſchon in dieſen 3 Gleichungen, wie überhaupt in der Aufgabe, gewahr, daſs uns der alte Knaſterbart auch tüchtig in der Bruchrechnung zu üben beabſichtigt. Das wollen wir ihm Dank wiſſen, und ſchon damit fertig werden. Es erleichtert uns aber die Arbeit der Auffindung des Verhältniſſes der vier unbekannten Zahlen — denn mehr können 3 Gleichungen für 4 zu findende Zahlen nicht leiſten — und der Angabe ihrer kleinſten zuläſſigen Werthe, wenn wir die Brüche in I. bis III. durch Symbole ausdrücken, und alſo

I. durch

I. durch $W = \alpha B + G$ mit $\alpha = \frac{5}{6}$,
II. „ $B = \beta S + G$ „ $\beta = \frac{2}{20}$, und
III. „ $S = \gamma W + G$ „ $\gamma = \frac{13}{42}$ ausdrücken.

Jetzt gibt I – II. das iſt II. von I. ſubtrahirt

$W - B = \alpha B - \beta S$, und alſo durch Addition von B auf beyden Seiten

$$1.\quad W = (1 + \alpha) B - \beta S.$$

Dies 1. als Werth von W in III. geſetzt, giebt

$$2.\quad S = (\gamma + \alpha\gamma) B - \beta\gamma S + G.$$

Zunächſt gibt II – III.

$B - S = \beta S - \gamma W$, und wir haben dadurch

$$3.\quad B = (1 + \beta) S - \gamma W$$

Hierin iſt $-\gamma W$ vermöge 1. $-(\gamma + \alpha\gamma) B + \beta\gamma S$; alſo wird aus 3.

$B = (1 + \beta) S - (\gamma + \alpha\gamma) B + \beta\gamma S$; und wir haben

$$4.\quad (1 + \gamma + \alpha\gamma) B = (1 + \beta + \beta\gamma) S.$$

Nach einem bekannten Satze über Proportionen, aus gleichen Producten entſtehend, haben wir nun ſchon das Verhältniſs zwiſchen B und S. Es iſt

$$B : S = (1 + \beta + \beta\gamma) : (1 + \gamma + \alpha\gamma).$$

Jetzt ſetzen wir darin für unſre Symbole ihren Zahlenwerth, nemlich

$1 + \beta$

Digitized by Google

$$1+\beta+\beta\gamma = 1+\frac{9}{20}+\frac{9}{20}.\frac{13}{42} = \frac{840+378+117}{840}$$

$$= \frac{1335}{840} = \frac{89}{56}$$

$$\text{u. } 1+\gamma+\alpha\gamma = 1+\frac{13}{42}+\frac{5}{6}.\frac{13}{42} = \frac{252+78+65}{252}$$

$= \frac{395}{252}$, und haben

$B : S = \frac{89}{56} : \frac{395}{252}$, oder indem das Verhältniſs rechts mit 504, dem kleinſten Generalnenner der Brüche, multiplicirt wird

$$B : S = 801 : 790$$

Das heiſst, in kleinſten ganzen Zahlen iſt

$$B = 801 \text{ und } S = 790.$$

Da aber bey dieſen an und für ſich kleinſten Werthen von B und S in I. $W = \frac{5}{6} B + G = \frac{5}{6} . 801 + G = 667\frac{1}{2} + G$ wäre, und alſo W, da G eine ganze Zahl ſeyn muſs, keine ganze Zahl werden würde, ſondern ein Bruch mit dem Nenner 2; ſo müſſen die Werthe von B und S noch mit 2 multiplicirt werden, um die kleinſten zuläſſigen Werthe zu erhalten. So haben wir

$$B = 1602 \text{ und } S = 1580.$$

Die hiezu gehörigen Werthe von G und W erhalten wir hierauf leicht. Nemlich in II. iſt $B = \frac{9}{20}S + G$; alſo $G = B - \frac{9}{20}S = 1602 - 711 = 891$; und in I. iſt $W = \frac{5}{6}B + G = 1335 + 891 = 2226$.

Digitized by Google

= 2226. Demnach ſind die kleinſten nach den Gleichungen I – III. zuläſſigen Werthe

$W = 2226$
$B = 1602$
$S = 1580$
$G = 891$
zuſammen an Rindern 6299, eine für ganz Sicilien viel zu geringe Anzahl.

2. Es verlangt aber die Aufgabe ferner in VIII., *es ſoll die Summe der weiſsen und blauen Rinder eine Quadratzahl*, — es ſoll, für die Quadratzahl das Symbol Q geſetzt,

VIII. $W + B = Q$ ſeyn.

Aber die kleinſten bis dahin zuläſſigen Werthe von W und B in I. machen nur 3828 aus, und 3828 iſt keine Quadratzahl; folglich müſſen noch höhere Werthe für alle 4 Anzahlen W bis G geſucht werden, und zwar die kleinſten von dieſen höhern, die $W + B = Q$ geben. Es muſs $W + B$ ſo $= m. 3828$ werden, daſs in m. 3828 der Mitfactor m die kleinſte Zahl iſt, welche mit 3828 multiplicirt eine Quadratzahl gibt. Nun iſt es ein bekannter Satz: eine *Quadratzahl iſt das Product der Quadrate aller einfachen Factoren ihrer Wurzel*; z. B. $30^2 = 900$ iſt, weil $30 = 2.3.5$ iſt, $= 2^2 . 3^2 . 5^2 = 4.9.25$; ſo überhaupt iſt $(abc..)^2 = a^2 . b^2 . c^2 \ldots$ Eine ſolche Zahl,

wie

wie $a^2 . b^2 . c^2 ..$ muſs alſo m . 3828 werden, und zwar die kleinſte zuläſſige. Nun aber iſt

$$m . 3828 = 2^2 . 3 . 11 . 29 . m;$$

folglich iſt m's kleinſter Werth $3 . 11 . 29 = 957$, und giebt ſo die Quadratzahl $2^2 . 3^2 . 11^2 . 29^2 = 4 . 9 . 121 . 841 = 3663396$ mit der Wurzel $1914 = 2 . 3 . 11 . 29$. Demnach ſind alle 4 Werthe in 2. noch mit $957 = 3 . 11 . 29$ zu multipliciren, und wir erhalten vermöge VIII. als kleinſte zuläſſige Werthe

2226.29.11.3 =	64554.11.3 =	710094.3 =	2130282	= W
1602. : : :	46458. : :	511038. :	1533114	= B
1580. : : :	45820. : :	504020. :	1512060	= S
u. 891. : : :	25839. : :	284229. :	852687	= G
		zuſ.	6028143;	

ſchon eine ganz ehrenvolle Anzahl Rinder, ſelbſt für ganz Sicilien, von mehr als 6 Millionen.

3. Aber auch für die Kühe ſind in unſerer Aufgabe noch die Gleichungen IV. bis VII., nemlich, indem wir ſie auch nach ihrer Farbe mit den kleinen Buchſtaben w, b, ſ und g bezeichnen,

IV. $w = (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) . (B + b)$, d. i. $= \frac{7}{12} B + \frac{7}{12} b$

V. $b = (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) . (S + ſ)$, : : $= \frac{9}{20} S + \frac{9}{20} ſ$

VI. $ſ = (\frac{1}{5} + \frac{1}{6}) . (G + g)$, : : $= \frac{11}{30} G + \frac{11}{30} g$

u. VII. $g = (\frac{1}{6} + \frac{1}{7}) . (W + w)$, : : $= \frac{13}{42} W + \frac{13}{42} w$,

oder

Digitized by Google

$\frac{1}{7}W = 6\;600\;115\;469\;574$; folglich

$\frac{1}{42}W = 1\;100\;019\;244\;929$; alſo

$\frac{13}{42}W = 14\;300\;250\;184\;077$; hiezu

$G = 18\;492\;776\;362\;863$; gibt richtig

$S = 32\;793\;026\;546\;940$.

Für G iſt die Probe ſchon in dem bisherigen mit enthalten; es hat ſich als $= W - \frac{5}{6}B = B - \frac{9}{20}S = S - \frac{13}{42}W$. was es nach den Gleichungen I. bis III. in 1. ſeyn muſs, in den bisherigen Proben ſchon gezeigt.

Endlich kann man die Probe der *Quadratzahl* in 4. am Ende dadurch anſtellen, daſs man zuerſt $1914 \cdot 4657 = 8913\;498$, berechnet, und hierauf die letztere Zahl quadrirt.

6. Immer fehlen uns noch die *Kühe*. Zwar haben wir in 3. am Ende gezeigt, wie w eine ganze Zahl werde, und werden müſſe; aber es wäre möglich, daſs, wir bey den drey übrigen b, ſ und g, aufs neue durch den alten Knaſterbart *in die Brüche geriethen*. Wir wollen ſehen.

Die Gleichung für w in 3. 7. muſs mit 4657^2, wie dort bemerkt, rechts für die Werthe von

W

Digitized by Google

W bis G multiplicirt, und hierauf muſs ſie für w mit 4657 dividirt werden; es wird alſo

$$w = 2800 . 1533114 . 4657 + 1260 . 1512060 . 4657 + 462 . 852687 . 4657 + 143 . 2130282 . 4657.$$

Dieſer Werth von w erfordert noch eine tüchtige Berechnung, doch wird ſie dadurch ſehr erleichtert, daſs wir in 4. die Producte mit 4657, nemlich 1533114 . 4657 u. ſ. w. ſchon berechnet haben. Es iſt dort 1533114 . 4657

7139 711 898; dies mit 700 gibt

4 997 798 328 600; dies mit 4 gibt

19 991 193 314 400 als Werth des erſten Gliedes von w.

Dort iſt ferner 1512060 . 4657

7041 663 420; dies mit 70 gibt

492 916 439 400; dies mit 9 gibt

4436 247 954 600; und mit 2

8872 495 909 200 als 2tes Glied von w.

Auch iſt dort 852687 . 4657

3970 963 359; dies mit 7 gibt

27 796 743 513; hierauf mit 6

166 780 461 078; und mit 11

1834 585 071 858 als 3tes Glied von w.

Endlich iſt dort 2130282 . 4657

9 920 723 274; dies mit 13 gibt

128 969 402 562; und mit 11

1 418 663 428 182 als letztes Glied von w

Dieſe 4 Glieder ſind alſo zu addiren, und ſie geben

19 991 193 314 400	
8 872 495 909 200	
1 834 585 071 858	
1 418 663 428 182	zuſammen
w = 32 116 937 723 640	

Die übrigen Zahlen b, f und g laſſen ſich nun durch die Gleichungen in 3. und durch die Proberechnung in 5. leichter finden. In 3. VII. iſt $g = \frac{13}{42}w + \frac{13}{42}W$. Nun iſt

$\frac{1}{6}$ w = 5 352 822 953 940

$\frac{1}{42}$ w = 764 688 993 420

$\frac{13}{42}$ w = 9 940 956 914 460; hiezu aus 5.
$\frac{13}{42}$ W = 14 300 250 184 077 gibt

g = 24 241 207 098 537.

In 3. VI. iſt ferner ſ = $\frac{11}{30}$ G + $\frac{11}{30}$ g. Nun iſt in 4.

G = 18 492 776 362 863, und hier
g = 24 241 207 098 537

G + g = 42 733 983 461 490

$\frac{1}{30}$ (G + g) = 1 424 466 115 380; mit 11 gibt

ſ = 15 669 127 269 180

Endlich iſt in 3. b = $\frac{9}{20}$ ſ + $\frac{9}{20}$ S. Wir haben hier

$\frac{1}{20}$ ſ = 783 456 363 459; alſo

$\frac{9}{20}$ ſ = 7 051 107 271 131; hiezu aus 5.
$\frac{9}{20}$ S = 14 756 861 946 123 gibt

b = 21 807 969 217 254

7. So haben wir alſo nun in 4. und 6. *die ganze Beſcheerung* des alten Knaſterbartes.

Um

oder

IV. $w = \delta B + \delta b$, mit $\delta = \frac{7}{12}$,

V. $b = \varepsilon S + \varepsilon ſ$, „ $\varepsilon = \frac{9}{20}$,

VI. $ſ = \zeta G + \zeta g$, „ $\zeta = \frac{11}{30}$, und

VII. $g = \eta W + \eta w$, „ $\eta = \frac{13}{42}$.

Hier gibt VII. in VI. geſetzt

1. $ſ = \zeta G + \zeta\eta W + \zeta\eta w$;

dies 1. in V. geſetzt, gibt

2. $b = \varepsilon S + \varepsilon\zeta G + \varepsilon\zeta\eta W + \varepsilon\zeta\eta w$;

dies in IV. geſetzt, gibt

3. $w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W + \delta\varepsilon\zeta\eta w$,

woraus ſich folgende Gleichung für w in lauter bekannten Gröſsen, aber gröſstentheils beſchwerlichen Bruchfactoren, ergibt. Es iſt

$(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W$;

folglich

4. $w = \frac{\delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W}{1 - \delta\varepsilon\zeta\eta}$

Hierin iſt $\delta = \frac{7}{12}$; $\delta\varepsilon = \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{20} = \frac{21}{80}$; $\delta\varepsilon\zeta = \frac{21}{80} \cdot \frac{11}{30} = \frac{77}{800}$; $\delta\varepsilon\zeta\eta = \frac{77}{800} \cdot \frac{13}{42} = \frac{143}{4800}$, und $(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) = \frac{4800 - 143}{4800} = \frac{4657}{4800}$.

Die gefundene Gleichung 4. iſt alſo mit Coefficienten in Zahlen, und den bekannten Gröſsen W bis G:

5. $w = \left(\frac{7}{12}B + \frac{21}{80}S + \frac{77}{800}G + \frac{143}{4800}W\right) : \frac{4657}{4800}$;

oder

6. $w = \frac{2800B + 1260S + 462G + 143W}{4657}$;

das iſt, indem man in 6. für B bis W die in 2. gefundenen bisher kleinſten Zahlen ſetzt:

7. $w = (2800.\ 1533114 + 1260.\ 1512060 + 462.\ 852687 + 143.\ 2130282) : 4657.$

Dieſs iſt alſo der für w zu den kleinſten W bis G gehörige Werth, *wenn er anders eine ganze Zahl iſt. Aber das iſt er nicht*, denn 4657 iſt eine Primzahl, von welcher alſo weder die kleinern Factoren 2800 bis 143 genaue Theile ſeyn können, noch die gröſsern von 1533.. bis 213.. vielfache ſind, Hier zwingen uns nun *2 Bedingungen* zu einer ungeheuren Erhöhung; *einmal* w muſs eine ganze Zahl werden, folglich muſs in 7. W bis G wenigſtens 4657mal höher genommen; *zweytens* W + B muſs dabey eine Quadratzahl bleiben, folglich müſſen W bis G, 4657^2 mal höher genommen werden, denn nicht $4657\,a^2$ iſt ein Quadrat, ſondern, weil 4657 eine Primzahl iſt, erſt $4657^2 . a^2$. *Welche ungeheure Erhöhung!*

4. *Be-*

4. *Berechnung dieſer übergroſsen Werthe von W bis G.* Es war vorher W = 2130282; dies mit 4657 multiplicirt, gibt ſchon 9920723274, und nochmal mit 4657 gar *46200808287018* als *jetziges W.*

Ferner war vorher B = 1533114; dies gibt eben ſo multiplicirt erſt 7139711898, und hierauf *33249638308986 als jetziges B.*

Eben ſo multiplicirt gibt das vorige S = 1512060 zuerſt 7041663420, und dann *32793026546940 als jetziges S.*

Endlich gibt G, vorher = 852687, eben ſo behandelt, zuerſt 3970963359 und hierauf *18492776362863 als jetziges G.*

Demnach, damit w eine ganze Zahl werde, und W + B dabey eine Quadratzahl bleibe, muſs

W	=	46 200 808 287 018 ſeyn,
B	=	33 249 638 308 986,
S	=	32 793 026 546 940, und
G	=	18 492 776 362 863
zuſ.		130 736 249 505 806.

Welche ungeheure Anzahl der Rinder allein *über 130 Billionen!* Der alte Knaſterbart hat uns bloſs

 im

im *Rechnen üben wollen*; auf *Wahrſcheinlichkeit*, ja nicht einmal auf *Möglichkeit*, hat er durchaus nicht gebührende Rückſicht genommen.

Jetzt iſt übrigens $W + B = 79\,450\,446\,596\,004$ eine Quadratzahl mit der Wurzel 1914 . 4657.

5. Da man beym Rechnen mit groſsen Zahlen nie zu vorſichtig ſeyn kann: ſo ſtellen wir über die Berechnung in 4. folgende *Probe* an. Es muſs nach I. in I. $W = \frac{5}{6} B + G$ ſeyn, nun iſt

$\frac{1}{6} B = 5\ 541\ 606\ 384\ 831$; folglich

$\frac{5}{6} B = 27\ 708\ 031\ 924\ 155$; hiezu
$G = 18\ 492\ 776\ 362\ 863$; gibt richtig

$W = 46\ 200\ 808\ 287\ 018$.

Ferner muſs $B = \frac{9}{20} S + G$ ſeyn; und es iſt

$\frac{1}{20} S = 1\ 639\ 651\ 327\ 347$; alſo

$\frac{9}{20} S = 14\ 756\ 861\ 946\ 123$; hiezu
$G = 18\ 492\ 776\ 362\ 863$; gibt richtig

$B = 33\ 249\ 638\ 308\ 986$.

Zunächſt muſs $S = \frac{11}{42} W + G$ ſeyn; nun iſt

$\frac{1}{7}$ W

von S und G. Die Frage iſt eine unbeſtimmte, die aus Einer Gleichung zwiſchen 3 Gröſsen 2 unbekannte anzugeben verlangt, und zwar indem die gegebene faſt unüberſehbar groſs iſt. Wäre $S + G$ nicht $= 51^{12}\ldots$, ſondern viel kleiner: ſo lieſse ſich aus der Gleichung, indem man die gegebene t nennt, $t m^2 = \frac{n.(n+1)}{2} = T$ noch wol manches zuſammengehörige n und m auffinden. Eine Art dieſer Auffindung wäre folgende: man ſetze $n + 1 = m^2$: ſo iſt $t = \frac{n}{2}$, und der Satz würde heiſsen: *jede Zahl* (t), *welche die Hälfte* $\frac{n}{2}$ *der vor einer ungeraden Quadratzahl unmittelbar vorhergehenden geraden Zahl iſt, gibt mit dieſer Quadratzahl multiplicirt eine Trigonalzahl.* *Beyſpiele.* Die ungeraden Quadratzahlen ſind nach einander

	I	II	III	IV	V
	9,	25,	49,	81,	121
mit d. Wurzeln	$2.1+1$,	$2.2+1$,	$2.3+1$,	$2.4+1$,	$2.5+1$.

Es bekömmt dabey t nach einander als $\frac{8}{2}$, $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{2}$, $\frac{80}{2}$, $\frac{120}{2}$ die Werthe

4, 12, 24, 40, 60;

und

$$1+\beta+\beta\gamma = 1+\frac{9}{20}+\frac{9}{20}\cdot\frac{13}{42} = \frac{840+378+117}{840}$$
$$= \frac{1335}{840} = \frac{89}{56}$$
$$\text{u. } 1+\gamma+\alpha\gamma = 1+\frac{13}{42}+\frac{5}{6}\cdot\frac{13}{42} = \frac{252+78+65}{252}$$
$= \frac{395}{252}$, und haben

$B : S = \frac{89}{56} : \frac{395}{252}$, oder indem das Verhältniſs rechts mit 504, dem kleinſten Generalnenner der Brüche, multiplicirt wird

$$B : S = 801 : 790$$

Das heiſst, in kleinſten ganzen Zahlen iſt

$$B = 801 \text{ und } S = 790.$$

Da aber bey dieſen an und für ſich kleinſten Werthen von B und S in I. $W = \frac{5}{6} B + G = \frac{5}{6} \cdot 801 + G = 667\frac{1}{2} + G$ wäre, und alſo W, da G eine ganze Zahl ſeyn muſs, keine ganze Zahl werden würde, ſondern ein Bruch mit dem Nenner 2; ſo müſſen die Werthe von B und S noch mit 2 multiplicirt werden, um die kleinſten zuläſſigen Werthe zu erhalten. So haben wir

$$B = 1602 \text{ und } S = 1580.$$

Die hiezu gehörigen Werthe von G und W erhalten wir hierauf leicht. Nemlich in II. iſt $B = \frac{9}{20} S + G$; alſo $G = B - \frac{9}{20} S = 1602 - 711 = 891$; und in I. iſt $W = \frac{5}{6} B + G = 1335 + 891 = 2226$.

= 2226. Demnach ſind die kleinſten nach den Gleichungen I – III. zuläſſigen Werthe

$$\left.\begin{array}{r} W = 2226 \\ B = 1602 \\ S = 1580 \\ G = 891 \end{array}\right\}$$ zuſammen an Rindern *6299*, eine für ganz Sicilien viel zu geringe Anzahl.

2. Es verlangt aber die Aufgabe ferner in VIII., *es ſoll die Summe der weiſsen und blauen Rinder eine Quadratzahl*, — es ſoll, für die Quadratzahl das Symbol Q geſetzt,

VIII. $W + B = Q$ ſeyn.

Aber die kleinſten bis dahin zuläſſigen Werthe von W und B in I. machen nur 3828 aus, und 3828 iſt keine Quadratzahl; folglich müſſen noch höhere Werthe für alle 4 Anzahlen W bis G geſucht werden, und zwar die kleinſten von dieſen höhern, die $W + B = Q$ geben. Es muſs $W + B$ ſo $= m. 3828$ werden, daſs in m. 3828 der Mitfactor m die kleinſte Zahl iſt, welche mit 3828 multiplicirt eine Quadratzahl gibt. Nun iſt es ein bekannter Satz: eine *Quadratzahl iſt das Product der Quadrate aller einfachen Factoren ihrer Wurzel*; z. B. $30^2 = 900$ iſt, weil $30 = 2.3.5$ iſt, $= 2^2.3^2.5^2 = 4.9.25$; ſo überhaupt iſt $(abc..)^2 = a^2.b^2.c^2...$ Eine ſolche Zahl, wie

$$\tfrac{1}{7}W = 6\ 600\ 115\ 469\ 574; \text{ folglich}$$

$$\tfrac{1}{42}W = 1\ 100\ 019\ 244\ 929; \text{ alſo}$$

$$\tfrac{13}{42}W = 14\ 300\ 250\ 184\ 077; \text{ hiezu}$$

$$G = 18\ 492\ 776\ 362\ 863; \text{ gibt richtig}$$

$$S = 32\ 793\ 026\ 546\ 940.$$

Für G iſt die Probe ſchon in dem bisherigen mit enthalten; es hat ſich als $= W - \frac{5}{6} B = B - \frac{9}{20} S = S - \frac{13}{42} W$. was es nach den Gleichungen I. bis III. in I. ſeyn muſs, in den bisherigen Proben ſchon gezeigt.

Endlich kann man die Probe der *Quadratzahl* in 4. am Ende dadurch anſtellen, daſs man zuerſt 1914 . 4657 = 8913 498, berechnet, und hierauf die letztere Zahl quadrirt.

6. Immer fehlen uns noch die *Kühe*. Zwar haben wir in 3. am Ende gezeigt, wie w eine ganze Zahl werde, und werden müſſe; aber es wäre möglich, daſs, wir bey den drey übrigen b, f und g, aufs neue durch den alten Knaſterbart *in die Brüche geriethen*. Wir wollen ſehen.

Die Gleichung für w in 3. 7. muſs mit 4657^2, wie dort bemerkt, rechts für die Werthe von

W

W bis G multiplicirt, und hierauf muſs ſie für w mit 4657 dividirt werden; es wird alſo

$$w = 2800 . 1533114 . 4657 + 1260 . 1512060 . 4657 + 462 . 852687 . 4657 + 143 . 2130282 . 4657.$$

Dieſer Werth von w erfordert noch eine tüchtige Berechnnng, doch wird ſie dadurch ſehr erleichtert, daſs wir in 4. die Producte mit 4657, nemlich 1533114 . 4657 u. ſ. w. ſchon berechnet haben. Es iſt dort 1533114 . 4657

7139 711 898; dies mit 700 gibt

4 997 798 328 600; dies mit 4 gibt

19 991 193 314 400 als Werth des erſten Gliedes von w.

Dort iſt ferner 1512060.4657

7041 663 420; dies mit 70 gibt

492 916 439 400; dies mit 9 gibt

4436 247 954 600; und mit 2

8872 495 909 200 als 2tes Glied von w.

Auch iſt dort 852687.4657

3970

3970 963 359; dies mit 7 gibt

27 796 743 513; hierauf mit 6

166 780 461 078; und mit 11

1834 585 071 858 als 3tes Glied von w.

Endlich iſt dort 2130282 . 4657

9 920 723 274; dies mit 13 gibt

128 969 402 562; und mit 11

1 418 663 428 182 als letztes Glied von w

Dieſe 4 Glieder ſind alſo zu addiren, und ſie geben

19 991 193 314 400	
8 872 495 909 200	
1 834 585 071 858	
1 418 663 428 182	zuſammen
w = 32 116 937 723 640	

Die übrigen Zahlen b, f und g laſſen ſich nun durch die Gleichungen in 3. und durch die Proberechnung in 5. leichter finden. In 3. VII. iſt $g = \frac{13}{42} w + \frac{13}{42} W$. Nun iſt

$\frac{1}{6}$ w = 5 352 822 953 940

$\frac{1}{42}$ w = 764 688 993 420

$\frac{13}{42}$ w = 9 940 956 914 460; hiezu aus 5.
$\frac{13}{42}$ W = 14 300 250 184 077 gibt

g = 24 241 207 098 537.

In 3. VI. iſt ferner ſ = $\frac{11}{30}$ G + $\frac{11}{30}$ g. Nun iſt in 4.

G = 18 492 776 362 863, und hier
g = 24 241 207 098 537

G + g = 42 733 983 461 490

$\frac{1}{30}$ (G + g) = 1 424 466 115 380; mit 11 gibt

ſ = 15 669 127 269 180

Endlich iſt in 3. b = $\frac{9}{20}$ ſ + $\frac{9}{20}$ S. Wir haben hier

$\frac{1}{20}$ ſ = 783 456 363 459; alſo

$\frac{9}{20}$ ſ = 7 051 107 271 131; hiezu aus 5.
$\frac{9}{20}$ S = 14 756 861 946 123 gibt

b = 21 807 969 217 254

7. So haben wir alſo nun in 4. und 6. *die ganze Beſcheerung* des alten Knaſterbartes.

Um

oder

IV. $w = \delta B + \delta b$, mit $\delta = \frac{7}{12}$,

V. $b = \varepsilon S + \varepsilon f$, „ $\varepsilon = \frac{9}{20}$,

VI. $f = \zeta G + \zeta g$, „ $\zeta = \frac{11}{30}$, und

VII. $g = \eta W + \eta w$, „ $\eta = \frac{13}{42}$.

Hier gibt VII. in VI. geſetzt

1. $f = \zeta G + \zeta\eta W + \zeta\eta w$;

dies 1. in V. geſetzt, gibt

2. $b = \varepsilon S + \varepsilon\zeta G + \varepsilon\zeta\eta W + \varepsilon\zeta\eta w$;

dies in IV. geſetzt, gibt

3. $w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W + \delta\varepsilon\zeta\eta w$,

woraus ſich folgende Gleichung für w in lauter bekannten Gröſsen, aber gröſstentheils beſchwerlichen Bruchfactoren, ergibt. Es iſt

$(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W$;

folglich

4. $w = \frac{\delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W}{1 - \delta\varepsilon\zeta\eta}$

Hierin iſt $\delta = \frac{7}{12}$; $\delta\varepsilon = \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{20} = \frac{21}{80}$; $\delta\varepsilon\zeta = \frac{21}{80} \cdot \frac{11}{30} = \frac{77}{800}$; $\delta\varepsilon\zeta\eta = \frac{77}{800} \cdot \frac{13}{42} = \frac{143}{4800}$, und $(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) = \frac{4800 - 143}{4800} = \frac{4657}{4800}$.

Die gefundene Gleichung 4. iſt alſo mit Coefficienten in Zahlen, und den bekannten Gröſsen W bis G:

5. $w = \left(\frac{7}{12}B + \frac{21}{80}S + \frac{77}{800}G + \frac{143}{4800}W\right) : \frac{4657}{4800}$;

oder

6. $w = \frac{2800B + 1260S + 462G + 143W}{4657}$;

das iſt, indem man in 6. für B bis W die in 2. gefundenen bisher kleinſten Zahlen ſetzt:

7. w = (2800. 1533114 + 1260. 1512060 + 462. 852687 + 143. 2130282) : 4657.

Dieſs iſt alſo der für w zu den kleinſten W bis G gehörige Werth, *wenn er anders eine ganze Zahl iſt. Aber das iſt er nicht*, denn 4657 iſt eine Primzahl, von welcher alſo weder die kleinern Factoren 2800 bis 143 genaue Theile ſeyn können, noch die gröſsern von 1533.. bis 213.. vielfache ſind, Hier zwingen uns nun 2 *Bedingungen* zu einer ungeheuren Erhöhung; *einmal* w muſs eine ganze Zahl werden, folglich muſs in 7. W bis G wenigſtens 4657mal höher genommen; *zweytens* W + B muſs dabey eine Quadratzahl bleiben, folglich müſſen W bis G, 4657^2mal höher genommen werden, denn nicht $4657\,a^2$ iſt ein Quadrat, ſondern, weil 4657 eine Primzahl iſt, erſt $4657^2 . a^2$. *Welche ungeheure Erhöhung!*

4. *Be-*

4. *Berechnung dieſer übergroſsen Werthe von W bis G.* Es war vorher W = 2130282; dies mit 4657 multiplicirt, gibt ſchon 9920723274, und nochmal mit 4657 gar *46200808287018* als *jetziges W.*

Ferner war vorher B = 1533114; dies gibt eben ſo multiplicirt erſt 7139711898, und hierauf *33249638308986 als jetziges B.*

Eben ſo multiplicirt gibt das vorige S = 1512060 zuerſt 7041663420, und dann *32793026546940 als jetziges S.*

Endlich gibt G, vorher = 852687, eben ſo behandelt, zuerſt 3970963359 und hierauf *18492776362863 als jetziges G.*

Demnach, damit w eine ganze Zahl werde, und W + B dabey eine Quadratzahl bleibe, muſs

W	=	46 200 808 287 018	ſeyn,
B	=	33 249 638 308 986,	
S	=	32 793 026 546 940,	und
G	=	18 492 776 362 863	
	zuſ.	130 736 249 505 806.	

Welche ungeheure Anzahl der Rinder allein *über 130 Billionen!* Der alte Knaſterbart hat uns bloſs

 im

im *Rechnen üben wollen*; auf *Wahrſcheinlichkeit*, ja nicht einmal auf *Möglichkeit*, hat er durchaus nicht gebührende Rückſicht genommen.

Jetzt iſt übrigens W + B = 79 450 446 596 004 eine Quadratzahl mit der Wurzel 1914 . 4657.

5. Da man beym Rechnen mit groſsen Zahlen nie zu vorſichtig ſeyn kann: ſo ſtellen wir über die Berechnung in 4. folgende *Probe* an. Es muſs nach I. in 1. $W = \frac{5}{6} B + G$ ſeyn, nun iſt

$\frac{1}{6}$B = 5 541 606 384 831; folglich

$\frac{5}{6}$B = 27 708 031 924 155; hiezu
G = 18 492 776 362 863; gibt richtig

W = 46 200 808 287 018.

Ferner muſs $B = \frac{9}{20} S + G$ ſeyn; und es iſt

$\frac{1}{20}$S = 1 639 651 327 347; alſo

$\frac{9}{20}$S = 14 756 861 946 123; hiezu
G = 18 492 776 362 863; gibt richtig

B = 33 249 638 308 986.

Zunächſt muſs $S = \frac{13}{42} W + G$ ſeyn; nun iſt

$\frac{1}{7}$ W

von S und G. Die Frage iſt eine unbeſtimmte, die aus Einer Gleichung zwiſchen 3 Gröſsen 2 unbekannte anzugeben verlangt, und zwar indem die gegebene faſt unüberſehbar groſs iſt. Wäre $S + G$ nicht $= 51^{12}\ldots$, ſondern viel kleiner: ſo lieſse ſich aus der Gleichung, indem man die gegebene t nennt, $t m^2 = \frac{n.(n+1)}{2} = T$ noch wol manches zuſammengehörige n und m auffinden. Eine Art dieſer Auffindung wäre folgende: man ſetze $n + 1 = m^2$: ſo iſt $t = \frac{n}{2}$, und der Satz würde heiſsen: *jede Zahl* (t), *welche die Hälfte* $\frac{n}{2}$ *der vor einer ungeraden Quadratzahl unmittelbar vorhergehenden geraden Zahl iſt, gibt mit dieſer Quadratzahl multiplicirt eine Trigonalzahl. Beyſpiele.* Die ungeraden Quadratzahlen ſind nach einander

	I	II	III	IV	V
	9,	25,	49,	81,	121
mit d. Wurzeln	$2.1+1$,	$2.2+1$,	$2.3+1$,	$2.4+1$,	$2.5+1$.

Es bekömmt dabey t nach einander als $\frac{8}{2}$, $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{2}$, $\frac{80}{2}$, $\frac{120}{2}$ die Werthe

4, 12, 24, 40, 60;

und ſo iſt bey

t	n		
4	8	$4 \cdot 9 = 36$	die 8te Triagonalzahl
12	24.	$12 \cdot 25 = 300$	ſ 24te ſ
24	48.	$24 \cdot 49 = 1176$	ſ 48te ſ

Allein dieſe Annahme $n + 1 = m^2$ iſt hier nicht anwendbar, denn ſie erfordert ein gerades $t = \frac{n}{2}$; und unſer $t = 52 \ldots 803$ iſt ungerade.

9. Der gleich im Anfange erwähnte *Scholiaſt* iſt nicht nur Beweis, daſs wir die Aufgabe richtig verſtehen, ſondern er theilt uns auch, jedoch ohne Auflöſung, *ſeine Zahlen* als Reſultat ſeiner Auflöſung mit, und verſichert ausdrücklich, daſs *ſie auch den Gleichungen VIII. und IX.* ein Genüge leiſten. Dies iſt aber völlig ungegründet; nicht einmal der Gleichung VIII. $W + B = Q$ thun ſie ein Genüge, geſchweige daſs ſie dies der in IX. $S + G = T$ thun ſollten. Allerdings aber leiſten ſeine Zahlen, was die Gleichungen I. bis VII. verlangen; nur haben ſie für dieſen Zweck auch noch den Fehler, daſs ſie 80mal zu groſs ſind. Nemlich für I.—VII. braucht in der für w aus W, B bis G in 3. 6. und 7. w

nicht

nicht = $(2800 . 153314 . 4657^2 ...) : 4657$ zu ſeyn, ſondern es iſt nur nöthig, die *Normalwerthe*, wie man ſie nennen könnte, 2226, 1602, 1580 und 891 mit 4657 für die kleinſten zuläſſigen Werthe von W bis G zu erhöhen, um w bis g auch in ganzen Zahlen zu erhalten. Dieſe Erhöhung gibt, um nur 2 ſeiner Zahlen mit den unſrigen zu verglichen:

nur	Der Scholiaſt aber hat
W = 2226 . 4657 = 10 366482	W = 829 318 560
B = 1602 . 4657 = 7 460514	B = 596 841 120
zuſ. W + B = 17 826996	zuſ. 1426 159 680

wo die letzten Zahlen 80mal gröſser ſind, als die erſten.

10. Da aber die Gleichung VIII. die Zahlen ſo ins unmögliche erhöhen, und die ſchwer aufzulöſende IX. ſie gar noch mehr erhöhen würde, wie *wenn ſie ſpäter hinzugeſetzte Flicken wären?* So ein pannus aſſutus, wie *Horaz* in anderer Hinſicht meint, wenn er in der Dichtkunſt 15—17. ſagt:

> Inceptis gravibus plerumque et magna profeſſis
> *Purpureus, late qui ſplendeat, unus et alter*
> *Aſſuitur pannus.*

Dies

Dies iſt nicht unwahrſcheinlich. Nemlich die erſten 7 Gleichungen ſind in den erſten 26 Verſen des Epigramms ununterbrochen enthalten, und denn folgt 27–30 ein ordentlicher Schluſs, der ſo lautet:

Freund, ſagſt Du mir jetzt deutlich, wie zahlreich das Hornvieh des Helios war,
Machſt namhaft beſonders die Zahl der wohl genährten Rinder,
Und die auch der Kühe beſonders, wie viele derſelben von jeder Farbe:
So nennt man nicht ungeſchickt Dich, der Rechenkunſt nicht unerfahren.

Iſt dieſs nicht eine vollſtändige Beendigung der Aufgabe?

Aber da kam wol ſpäter, als die Analyſis ſchon ausgebildeter war, jemand, der ſich daran ſtieſs, daſs für die Rinder von 4 Farben nur 3 Gleichungen ſtatt erforderlicher viere waren, und er ſetzte in den Verſen 31–36 die vierte Gleichung $W + B = Q$ hinzu. Von dieſem Anflicken könnte man faſt ſagen, hätte der *Anfang* eine deutliche Spur. Der Anflicker hatte in den beyden erſten Verſen geleſen:

Die Menge des Hornviehs, welches Helios hatte, rechne Freund mir doch aus,
Verwende ſorgfältiges Nachdenken darauf, *machſt anders Du Anſpruch auf Weisheit*;

im

Um den erſten 8 Gleichungen I. bis VIII. in ſeiner Aufgabe in den kleinſten Zahlen ein Genüge zu thun, müſſen wir uns die Heerde des Sonnengottes von reſpectiver *weiſser*, *blauer*, *ſcheckigter* und *gelber* Farbe an Rindern und Kühen denken, oder richtiger mit unſern Ziſern ſchreiben und ausſprechen, als enthaltend

W = 46 200 808 287 018	w = 32 116 937 723 640
B = 33 249 638 308 986	b = 21 807 969 217 254
S = 32 793 026 546 940	ſ = 15 669 127 269 180
G = 18 492 776 362 863	g = 24 241 207 098 537
S. S. 130 736 249 505 807; Stück Rinder.	S. S. 93 835 241 308 611 Stück Kühe.

Es wäre alſo dieſe Heerde des Sonnengottes überhaupt an

	130 736 249 505 807
	93 835 241 308 611
zuſ.	224 571 490 814 418

d. i. an mehr als $224\frac{1}{2}$ Billionen groſs zu denken. Credat Judaeus Apella, Non ego!

Uebrigens iſt das *Verhältniſs zwiſchen den Rindern und Kühen* von gleichen Farben auffallend, und erinnert an die letzte genialiſche Schrift unſers hochverdienten verewigten Mitbürgers *Woll-*

Digitized by Google

Wollſtein über das Paaren und Verpaaren. Mit Beſeitigung der übrigen Zahlen auſser den Billionen iſt dies Verhältniſs

	W : w	= 23 : 16	oder	2415 : 1680
	B : b	= 11 : 7	„	2640 : 1680
	S : ſ	= 32 : 15	„	3584 : 1680
und	G : g	= 3 : 4	„	1260 : 1680.

8. Aber nun zeigt ſich noch *ein böſer Knoten* zuletzt: es ſoll vermöge der Gleichung IX. in der Aufgabe S + G = T, das iſt

$$\begin{array}{r} S = 32\ 793\ 026\ 546\ 940 \\ +\,G = 18\ 492\ 776\ 362\ 863 \\ \hline S+G = 51\ 285\ 802\ 909\ 803 \end{array}$$

eine Trigonalzahl ſeyn. *Trigonalzahlen*, darum ſo genannt, weil ſie ſich in Dreyecken aufſtellen laſſen, ſind die Summe der natürlichen Zahlen; die erſte iſt 1, die 2te 1 + 2 = 3, die 3te 1 + 2 + 3 = 6, und es iſt allgemein die n^te. $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$; z. B. bey n = 10 iſt dieſe 10te. $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$. Um nun unſer S + G = 51 ... 803 in dieſer Hinſicht prüfen zu können, iſt zuerſt zu unterſuchen, *ob eine Trigonalzahl, die End-*

zifer

zifer 3 haben könne. Dieſe Frage bejaht ſich durch folgendes: In $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ dem allgemeinen Ausdruck der Trigonalzahlen, kann an Endzifern haben:

$$\begin{array}{rl} n: & 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; \text{ alsdann hat} \\ n+1: & 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; \text{ folglich hat} \\ \hline n\cdot(n+1): & 0, 2, 6, 2, 0, 0, 2, 6, 2, 0; \text{ alſo hat} \\ \hline \frac{n\cdot(n+1)}{2}: & \text{entw. } 0, 1, 3, 1, 0, 0, 1, 3, 1, 0 \\ & \text{oder: } 5, 6, 8, 6, 0, 0, 6, 8, 6, 0. \end{array}$$

Demnach können Trigonalzahlen nur die Endzifern 0, 1, 3, 5, 6, 8 haben; in Anſehung dieſer Eigenſchaft kann alſo $S + G = 51 \ldots 803$ ein T, das iſt eine Trigonalzahl ſeyn, denn es hat die Endzifer 3. Sobald nun n als Anzeiger, die wie vielſte Trigonalzahl eine gegebene Zahl T iſt, in der Gleichung $\frac{n\cdot(n+1)}{2} = T$ ſeiner Bedeutung gemäſs den Werth einer ganzen Zahl hat: ſo iſt T würklich eine Trigonalzahl; ſonſt aber nicht. Entwickelt man für dieſen Zweck $\frac{n\cdot(n+1)}{2} = T$: ſo erhält man

$n\cdot(n+1) = 2T$, oder $n^2 + n = 2T$, oder um links ein vollkommenes Quadrat zu haben

$n^2 +$

Wollſtein über das Paaren und Verpaaren. Mit Beſeitigung der übrigen Zahlen auſser den Billionen iſt dies Verhältniſs

$$W : w = 23 : 16 \text{ oder } 2415 : 1680$$
$$B : b = 11 : 7 \quad " \quad 2640 : 1680$$
$$S : ſ = 32 : 15 \quad " \quad 3584 : 1680$$
$$\text{und } G : g = 3 : 4 \quad " \quad 1260 : 1680.$$

8. Aber nun zeigt ſich noch *ein böſer Knoten* zuletzt: es ſoll vermöge der Gleichung IX. in der Aufgabe $S + G = T$, das iſt

$$\begin{array}{rl} S = & 32\ 793\ 026\ 546\ 940 \\ + G = & 18\ 492\ 776\ 362\ 863 \\ \hline S + G = & 51\ 285\ 802\ 909\ 803 \end{array}$$

eine Trigonalzahl ſeyn. *Trigonalzahlen*, darum ſo genannt, weil ſie ſich in Dreyecken aufſtellen laſſen, ſind die Summe der natürlichen Zahlen; die erſte iſt 1, die 2te $1 + 2 = 3$, die 3te $1 + 2 + 3 = 6$, und es iſt allgemein die n^{te}. $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$; z. B. bey $n = 10$ iſt dieſe 10te. $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$. Um nun unſer $S + G = 51 \ldots 803$ in dieſer Hinſicht prüfen zu können, iſt zuerſt zu unterſuchen, *ob eine Triagonalzahl, die End-*

zifer

zifer 3 haben könne. Dieſe Frage bejaht ſich durch folgendes: In $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ dem allgemeinen Ausdruck der Trigonalzahlen, kann an Endzifern haben:

n :	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;	alsdann hat
$n+1$:	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0;	folglich hat
$n \cdot (n+1)$:	0, 2, 6, 2, 0, 0, 2, 6, 2, 0;	alſo hat
$\frac{n \cdot (n+1)}{2}$: entw.	0, 1, 3, 1, 0, 0, 1, 3, 1, 0	
oder :	5, 6, 8, 6, 0, 0, 6, 8, 6, 0.	

Demnach können Trigonalzahlen nur die Endzifern 0, 1, 3, 5, 6, 8 haben; in Anſehung dieſer Eigenſchaft kann alſo $S + G = 51 \ldots 803$ ein T, das iſt eine Trigonalzahl ſeyn, denn es hat die Endzifer 3. Sobald nun n als Anzeiger, die wie vielſte Trigonalzahl eine gegebene Zahl T iſt, in der Gleichung $\frac{n \cdot (n+1)}{2} = T$ ſeiner Bedeutung gemäſs den Werth einer ganzen Zahl hat: ſo iſt T würklich eine Trigonalzahl; ſonſt aber nicht. Entwickelt man für dieſen Zweck $\frac{n \cdot (n+1)}{2} = T$: ſo erhält man

$n \cdot (n+1) = 2T$, oder $n^2 + n = 2T$, oder um links ein vollkommenes Quadrat zu haben

$n^2 +$

$$n^2 + n + \frac{1}{4} = 2T + \frac{1}{4};$$ das iſt mit 4 multiplicirt, um den Bruch wegzubringen,

$$4n^2 + 4n + 1 = 8T + 1.$$

Wie dies links ein vollſtändiges Quadrat iſt: ſo muſs auch $8T + 1$ rechts es ſeyn. Auf unſer

$T = 51\ 285\ 802\ 909\ 803$ dies angewandt,

gibt $8T + 1 = 410\ 286\ 423\ 278\ 425$

Aber dieſe Zahl rechts hat die beyden Factoren 25 und 1641 1456931137; welche beyde Quadratzahlen ſeyn müſſen; 25 iſt dies, allein 164... 37 iſt es nicht, denn keine Quadratzahl kann die Endzifer 7 haben. Alſo iſt hier $8T + 1$ kein vollſtändiges Quadrat, *und unſer* $T = 51 \ldots 803$ *iſt keine Trigonalzahl. Die Bedingung der Gleichung IX. iſt und bleibt ein gordiſcher Knoten.*

Dieſer Knoten iſt: *mit welcher Quadratzahl,* denn eine Quadratzahl muſs es ſeyn, damit $W + B$. eine Quadratzahl bleibe, *iſt dieſe mehr als 51 Billionen groſse Zahl noch zu multipliciren, damit ſie als* $S + G$ *eine Trigonalzahl werde?*

Das Gordiſche des Knotens ſteckt in der ungeheuren Gröſse von mehr als 51 Billionen, als Summe der bisher kleinſten zuläſſigen Werthe

von

im 30ſten las er:

ſo nennt man *nicht ungeſchickt* dich u. ſ. w.;

und nun knüpft, oder flickt er, ſo an:

Aber *unter die weiſen* zählt man Dich alsdann noch gar nicht, ſondern u. ſ. w.

Er fügt denn in den Verſen 31–36. die 8te Gleichung hinzu, wo der 36ſte Vers wiederum ein vollſtändiger Pentameter iſt, und dies Ende alſo dem nicht entgegen iſt, daſs dies ein angenähter Flicken ſey. Der Anflicker glaubte vermuthlich die Aufgabe dadurch beſtimmt gemacht zu haben. War dies ſeine Abſicht, ſo hat er ſie gänzlich verfehlt. Die Zahlen werden nur dadurch unglaublich erhöht, nicht aber mehr beſtimmt. Alſo das könnte purpureus, *late qui ſplendeat, vnus* pannus ſeyn.

Der zweyte Flicken, *et alter* beym Horaz, ward wol durch den erſten W + B = Q veranlaſst. Warum, dachte der Anflicker, nur den Rindern von zwey Farben dieſe Auszeichnung? Warum nicht denen von den beyden übrigen gleiche Ehre? Dacht's, nahm der Nähe halber eine Trigonal- ſtatt einer Quadratzahl, und ſetzte ohne Berechnung in den Verſen 37 bis 40 die

Bedingung S + G = T hinzu; worauf er in den Verſen 41 – 44 gar weidlich triumphirt.

II. Angenommen nun einmal, die urſprüngliche Aufgabe gehe nur bis zum 30ſten Verſe des Epigramms: ſo thun wegen der Factoren 957 und 4657^2, womit in 2. und 3. für die Gleichung VIII. erhöhet werden muſte, 957 . 4657 d. i. 4 456 749mal kleinere Zahlen, als unſere in 7. ſind, allen 7 Gleichungen ein Genüge. Sie werden ſeyn:

W =	10 366 482	w =	7 206 360
B =	7 460 514	b =	4 893 246
S =	7 358 060	ſ =	3 515 820
und G =	4 149 387	g =	5 439 213
	29 334 443	und	21 054 639
	Rinder.		Kühe.

mit	29 334 443
und	21 054 639
zuſ.	50 389 082.

Freylich noch immer über 50 Millionen, welche, gut 150 Quadratmeilen auf Sicilien in Weide fürs Hornvieh angenommen, doch nur etwa auf jede Quadratmeile von 3 686 400 Quadratruthen 300 000 Stück

Digitized by Google

Stück anweiſen würden, ſo daſs jedem Stück gut 12 Quadratruthen Weide und Futterungsplatz zukämen. *Selbſt ſo gerechnet hat die Aufgabe nur innere Wahrſcheinlichkeit, wenn anzunehmen wäre, daſs das ſehr fruchtbare Sicilien ſo ganz vorzüglich üppig fruchtbar an Gras und Futterkräutern iſt.*

12. Ich kann nicht umhin, noch einmal des ehemaligen würdigen Schulmanns, *Chr. Leiſte*, Rectors in Wolfenbüttel, ehrenvoll zu erwähnen. *Leſſing* konnte nemlich zugleich mit dem Abdrucke des Epigramms einen Auſſatz deſſelben betitelt: *Zur Auflöſung des Problems*, S. 438–446. abdrucken laſſen. Dieſe gründliche gedrängte kleine Abhandlung findet ſchon *erſtlich* unſre Normalzahlen, und *zweytens* die des Scholiaſten auf, beydes aber auf einem zwar richtigen, jedoch nicht wenig beſchwerlicheren Wege, als der unſrige iſt. *Drittens* endlich ſind die Schwierigkeiten die Gleichung S + G = T aufzulöſen ſchon in dieſem Auſſatze vorzüglich gut auseinander geſetzt worden.

W bis G multiplicirt, und hierauf muſs ſie für w mit 4657 dividirt werden; es wird alſo

$$w = 2800 . 1533114 . 4657 + 1260 . 1512060 . 4657 + 462 . 852687 . 4657 + 143 . 2130282 . 4657.$$

Dieſer Werth von w erfordert noch eine tüchtige Berechnnng, doch wird ſie dadurch ſehr erleichtert, daſs wir in 4. die Producte mit 4657, nemlich 1533114 . 4657 u. ſ. w. ſchon berechnet haben. Es iſt dort 1533114 . 4657

7139 711 898; dies mit 700 gibt

4 997 798 328 600; dies mit 4 gibt

19 991 193 314 400 als Werth des erſten Gliedes von w.

Dort iſt ferner 1512060.4657

7041 663 420; dies mit 70 gibt

492 916 439 400; dies mit 9 gibt

4436 247 954 600; und mit 2

8872 495 909 200 als 2tes Glied von w.

Auch iſt dort 852687.4657

3970 963 359; dies mit 7 gibt

27 796 743 513; hierauf mit 6

166 780 461 078; und mit 11

1834 585 071 858 als 3tes Glied von w.

Endlich iſt dort 2130282 . 4657

9 920 723 274; dies mit 13 gibt

128 969 402 562; und mit 11

1 418 663 428 182 als letztes Glied von w

Dieſe 4 Glieder ſind alſo zu addiren, und ſie geben

19 991 193 314 400	
8 872 495 909 200	
1 834 585 071 858	
1 418 663 428 182	zuſammen
w = 32 116 937 723 640	

Die übrigen Zahlen b, f und g laſſen ſich nun durch die Gleichungen in 3. und durch die Proberechnung in 5. leichter finden. In 3. VII. iſt $g = \frac{13}{42} w + \frac{13}{42} W$. Nun iſt

oder

IV. $w = \delta B + \delta b$, mit $\delta = \frac{7}{12}$,

V. $b = \varepsilon S + \varepsilon ſ$, ; $\varepsilon = \frac{9}{20}$,

VI. $ſ = \zeta G + \zeta g$, ; $\zeta = \frac{11}{30}$, und

VII. $g = \eta W + \eta w$, ; $\eta = \frac{13}{42}$.

Hier gibt VII. in VI. geſetzt

1. $ſ = \zeta G + \zeta\eta W + \zeta\eta w$;

dies 1. in V. geſetzt, gibt

2. $b = \varepsilon S + \varepsilon\zeta G + \varepsilon\zeta\eta W + \varepsilon\zeta\eta w$;

dies in IV. geſetzt, gibt

3. $w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W + \delta\varepsilon\zeta\eta w$,

woraus ſich folgende Gleichung für w in lauter bekannten Gröſsen, aber gröſstentheils beſchwerlichen Bruchfactoren, ergibt. Es iſt

$(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) w = \delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W$;

folglich

4. $w = \frac{\delta B + \delta\varepsilon S + \delta\varepsilon\zeta G + \delta\varepsilon\zeta\eta W}{1 - \delta\varepsilon\zeta\eta}$

Hierin iſt $\delta = \frac{7}{12}$; $\delta\varepsilon = \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{20} = \frac{21}{80}$; $\delta\varepsilon\zeta = \frac{21}{80} \cdot \frac{11}{30} = \frac{77}{800}$; $\delta\varepsilon\zeta\eta = \frac{77}{800} \cdot \frac{13}{42} = \frac{143}{4800}$, und $(1 - \delta\varepsilon\zeta\eta) = \frac{4800 - 143}{4800} = \frac{4657}{4800}$.

Die gefundene Gleichung 4. iſt alſo mit Coefficienten in Zahlen, und den bekannten Gröſsen W bis G:

5. w

$$5.\ w = \left(\frac{7}{12}B + \frac{21}{80}S + \frac{77}{800}G + \frac{143}{4800}W\right) : \frac{4657}{4800};$$

oder

$$6.\ w = \frac{2800B + 1260S + 462G + 143W}{4657};$$

das iſt, indem man in 6. für B bis W die in 2. gefundenen bisher kleinſten Zahlen ſetzt:

$$7.\ w = (2800.\ 1533114 + 1260.\ 1512060 + 462.\ 852687 + 143.\ 2130282) : 4657.$$

Dieſs iſt alſo der für w zu den kleinſten W bis G gehörige Werth, *wenn er anders eine ganze Zahl iſt. Aber das iſt er nicht*, denn 4657 iſt eine Primzahl, von welcher alſo weder die kleinern Factoren 2800 bis 143 genaue Theile ſeyn können, noch die gröſsern von 1533.. bis 213.. vielfache ſind, Hier zwingen uns nun 2 *Bedingungen* zu einer ungeheuren Erhöhung; *einmal* w muſs eine ganze Zahl werden, folglich muſs in 7. W bis G wenigſtens 4657mal höher genommen; *zweytens* W + B muſs dabey eine Quadratzahl bleiben, folglich müſſen W bis G, 4657^2 mal höher genommen werden, denn nicht $4657\,a^2$ iſt ein Quadrat, ſondern, weil 4657 eine Primzahl iſt, erſt $4657^2.\,a^2$. *Welche ungeheure Erhöhung!*

4. *Be-*

Digitized by Google

4. *Berechnung dieſer übergroſsen Werthe von W bis G.* Es war vorher W = 2130282; dies mit 4657 multiplicirt, gibt ſchon 9920723274, und nochmal mit 4657 gar *46200808287018* als *jetziges W.*

Ferner war vorher B = 1533114; dies gibt eben ſo multiplicirt erſt 7139711898, und hierauf *33249638308986 als jetziges B.*

Eben ſo multiplicirt gibt das vorige S = 1512060 zuerſt 7041663420, und dann *32793026546940 als jetziges S.*

Endlich gibt G, vorher = 852687, eben ſo behandelt, zuerſt 3970963359 und hierauf *18492776362863 als jetziges G.*

Demnach, damit w eine ganze Zahl werde, und W + B dabey eine Quadratzahl bleibe, muſs

W	=	46 200 808 287 018 ſeyn,
B	=	33 249 638 308 986,
S	=	32 793 026 546 940, und
G	=	18 492 776 362 863
zuſ.		130 736 249 505 806.

Welche ungeheure Anzahl der Rinder allein *über 130 Billionen!* Der alte Knaſterbart hat uns bloſs

 im

von S und G. Die Frage iſt eine unbeſtimmte, die aus Einer Gleichung zwiſchen 3 Gröſsen 2 unbekannte anzugeben verlangt, und zwar indem die gegebene faſt unüberſehbar groſs iſt. Wäre $S + G$ nicht $= 51^{12}\ldots$, ſondern viel kleiner: ſo lieſse ſich aus der Gleichung, indem man die gegebene t nennt, $t\,m^2 = \frac{n\,.\,(n+1)}{2} = T$ noch wol manches zuſammengehörige n und m auffinden. Eine Art dieſer Auffindung wäre folgende: man ſetze $n + 1 = m^2$: ſo iſt $t = \frac{n}{2}$, und der Satz würde heiſsen: *jede Zahl* (t), *welche die Hälfte* $\frac{n}{2}$ *der vor einer ungeraden Quadratzahl unmittelbar vorhergehenden geraden Zahl iſt, gibt mit dieſer Quadratzahl multiplicirt eine Trigonalzahl.* *Beyſpiele.* Die ungeraden Quadratzahlen ſind nach einander

	I	II	III	IV	V
	9,	25,	49,	81,	121
mit d. Wurzeln	$2.1+1$,	$2.2+1$,	$2.3+1$,	$2.4+1$,	$2.5+1$.

Es bekömmt dabey t nach einander als $\frac{8}{2}$, $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{2}$, $\frac{80}{2}$, $\frac{120}{2}$ die Werthe

4, 12, 24, 40, 60;

und

und ſo iſt bey

t	n		
4	8	4 . 9 = 36	die 8te Triagonalzahl
12	24.	12 . 25 = 300	„ 24te „
24	48.	24 . 49 = 1176	„ 48te „

Allein dieſe Annahme $n + 1 = m^2$ iſt hier nicht anwendbar, denn ſie erfordert ein gerades $t = \frac{n}{2}$; und unſer $t = 52 \ldots 803$ iſt ungerade.

9. Der gleich im Anfange erwähnte *Scholiaſt* iſt nicht nur Beweis, daſs wir die Aufgabe richtig verſtehen, ſondern er theilt uns auch, jedoch ohne Auflöſung, *ſeine Zahlen* als Reſultat ſeiner Auflöſung mit, und verſichert ausdrücklich, daſs *ſie auch den Gleichungen VIII. und IX.* ein Genüge leiſten. Dies iſt aber völlig ungegründet; nicht einmal der Gleichung VIII. $W + B = Q$ thun ſie ein Genüge, geſchweige daſs ſie dies der in IX. $S + G = T$ thun ſollten. Allerdings aber leiſten ſeine Zahlen, was die Gleichungen I. bis VII· verlangen; nur haben ſie für dieſen Zweck auch noch den Fehler, daſs ſie 80mal zu groſs ſind. Nemlich für I.—VII. braucht in der für w aus W, B bis G in 3. 6. und 7. w

nicht

nicht = $(2800 . 153314 . 4657^2 \ldots) : 4657$ zu ſeyn, ſondern es iſt nur nöthig, die *Normalwerthe*, wie man ſie nennen könnte, 2226, 1602, 1580 und 891 mit 4657 für die kleinſten zuläſſigen Werthe von W bis G zu erhöhen, um w bis g auch in ganzen Zahlen zu erhalten. Dieſe Erhöhung gibt, um nur 2 ſeiner Zahlen mit den unſrigen zu verglichen:

nur	Der Scholiaſt aber hat
W = 2226 . 4657 = 10 366482	W = 829 318 560
B = 1602 . 4657 = 7 460514	B = 596 841 120
zuſ. W + B = 17 826996	zuſ. 1426 159 680

wo die letzten Zahlen 80mal gröſser ſind, als die erſten.

10. Da aber die Gleichung VIII. die Zahlen ſo ins unmögliche erhöhen, und die ſchwer aufzulöſende IX. ſie gar noch mehr erhöhen würde, wie *wenn ſie ſpäter hinzugeſetzte Flicken wären?* So ein pannus aſſutus, wie *Horaz* in anderer Hinſicht meint, wenn er in der Dichtkunſt 15—17. ſagt:

Inceptis gravibus plerumque et magna profeſſis
Purpureus, late qui ſplendeat, vnus et alter
Aſſuitur pannus.

Dies

Um den erſten 8 Gleichungen I. bis VIII. in ſeiner Aufgabe in den kleinſten Zahlen ein Genüge zu thun, müſſen wir uns die Heerde des Sonnengottes von reſpectiver *weiſser*, *blauer*, *ſcheckigter* und *gelber* Farbe an Rindern und Kühen denken, oder richtiger mit unſern Zifern ſchreiben und ausſprechen, als enthaltend

W = 46 200 808 287 018	w = 32 116 937 723 640
B = 33 249 638 308 986	b = 21 807 969 217 254
S = 32 793 026 546 940	ſ = 15 669 127 269 180
G = 18 492 776 362 863	g = 24 241 207 098 537
S. S. 130 736 249 505 807; Stück Rinder.	S. S. 93 835 241 308 611 Stück Kühe.

Es wäre alſo dieſe Heerde des Sonnengottes überhaupt an

	130 736 249 505 807
	93 835 241 308 611
zuſ.	224 571 490 814 418

d. i. an mehr als $224\frac{1}{2}$ Billionen groſs zu denken. Credat Judaeus Apella, Non ego!

Uebrigens iſt das *Verhältniſs zwiſchen den Rindern und Kühen* von gleichen Farben auffallend, und erinnert an die letzte genialiſche Schrift unſers hochverdienten verewigten Mitbürgers

Woll-

Wollſtein über das Paaren und Verpaaren. Mit Beſeitigung der übrigen Zahlen auſser den Billionen iſt dies Verhältniſs

	W : w = 23 : 16	oder	2415 : 1680
	B : b = 11 : 7	ſ	2640 : 1680
	S : ſ = 32 : 15	ſ	3584 : 1680
und	G : g = 3 : 4	ſ	1260 : 1680.

8. Aber nun zeigt ſich noch *ein böſer Knoten* zuletzt: es ſoll vermöge der Gleichung IX. in der Aufgabe S + G = T, das iſt

$$\begin{array}{rl} S = & 32\ 793\ 026\ 546\ 940 \\ +G = & 18\ 492\ 776\ 362\ 863 \\ \hline S+G = & 51\ 285\ 802\ 909\ 803 \end{array}$$

eine Trigonalzahl ſeyn. *Trigonalzahlen*, darum ſo genannt, weil ſie ſich in Dreyecken aufſtellen laſſen, ſind die Summe der natürlichen Zahlen; die erſte iſt 1, die 2te 1 + 2 = 3, die 3te 1 + 2 + 3 = 6, und es iſt allgemein die n^{te}. $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$; z. B. bey n = 10 iſt dieſe 10te. $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$. Um nun unſer S + G = 51 ... 803 in dieſer Hinſicht prüfen zu können, iſt zuerſt zu unterſuchen, *ob eine Trigonalzahl, die End-*

zifer

zifer 3 haben könne. Dieſe Frage bejaht ſich durch folgendes: In $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ dem allgemeinen Ausdruck der Trigonalzahlen, kann an Endzifern haben:

n : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; alsdann hat
$n+1$: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; folglich hat

$n \cdot (n+1)$: 0, 2, 6, 2, 0, 0, 2, 6, 2, 0; alſo hat

$\frac{n \cdot (n+1)}{2}$: entw. 0, 1, 3, 1, 0, 0, 1, 3, 1, 0
oder : 5, 6, 8, 6, 0, 0, 6, 8, 6, 0.

Demnach können Trigonalzahlen nur die Endzifern 0, 1, 3, 5, 6, 8 haben; in Anſehung dieſer Eigenſchaft kann alſo $S + G = 51 \ldots 803$ ein T, das iſt eine Trigonalzahl ſeyn, denn es hat die Endzifer 3. Sobald nun n als Anzeiger, die wie vielſte Trigonalzahl eine gegebene Zahl T iſt, in der Gleichung $\frac{n \cdot (n+1)}{2} = T$ ſeiner Bedeutung gemäſs den Werth einer ganzen Zahl hat: ſo iſt T würklich eine Trigonalzahl; ſonſt aber nicht. Entwickelt man für dieſen Zweck $\frac{n \cdot (n+1)}{2} = T$: ſo erhält man

$n \cdot (n+1) = 2T$, oder $n^2 + n = 2T$, oder um links ein vollkommenes Quadrat zu haben

$n^2 +$

im 30ſten las er:

ſo nennt man *nicht ungeſchickt* dich u. ſ. w.;

und nun knüpft, oder flickt er, ſo an:

Aber *unter die weiſen* zählt man Dich alsdann noch gar nicht, ſondern u. ſ. w.

Er fügt denn in den Verſen 31–36. die 8te Gleichung hinzu, wo der 36ſte Vers wiederum ein vollſtändiger Pentameter iſt, und dies Ende alſo dem nicht entgegen iſt, daſs dies ein angenähter Flicken ſey. Der Anflicker glaubte vermuthlich die Aufgabe dadurch beſtimmt gemacht zu haben. War dies ſeine Abſicht, ſo hat er ſie gänzlich verfehlt. Die Zahlen werden nur dadurch unglaublich erhöht, nicht aber mehr beſtimmt. Alſo das könnte purpureus, *late qui ſplendeat, vnus* pannus ſeyn.

Der zweyte Flicken, *et alter* beym Horaz, ward wol durch den erſten $W + B = Q$ veranlaſst. Warum, dachte der Anflicker, nur den Rindern von zwey Farben dieſe Auszeichnung? Warum nicht denen von den beyden übrigen gleiche Ehre? Dacht's, nahm der Nähe halber eine Trigonal- ſtatt einer Quadratzahl, und ſetzte ohne Berechnung in den Verſen 37 bis 40 die

Bedingung $S + G = T$ hinzu; worauf er in den Verſen 41 – 44 gar weidlich triumphirt.

II. Angenommen nun einmal, die urſprüngliche Aufgabe gehe nur bis zum 30ſten Verſe des Epigramms: ſo thun wegen der Factoren 957 und 4657^2, womit in 2. und 3. für die Gleichung VIII. erhöhet werden muſte, 957 . 4657 d. i. 4 456 749mal kleinere Zahlen, als unſere in 7. ſind, allen 7 Gleichungen ein Genüge. Sie werden ſeyn:

W = 10 366 482		w = 7 206 360
B = 7 460 514		b = 4 893 246
S = 7 358 060		ſ = 3 515 820
und G = 4 149 387		g = 5 439 213
29 334 443	und	21 054 639
Rinder.		Kühe.

mit	29 334 443
und	21 054 639
zuſ.	50 389 082.

Freylich noch immer über 50 Millionen, welche, gut 150 Quadratmeilen auf Sicilien in Weide fürs Hornvieh angenommen, doch nur etwa auf jede Quadratmeile von 3 686 400 Quadratruthen 300 000 Stück

Digitized by Google

Stück anweiſen würden, ſo daſs jedem Stück gut 12 Quadratruthen Weide und Futterungsplatz zukämen. *Selbſt ſo gerechnet hat die Aufgabe nur innere Wahrſcheinlichkeit, wenn anzunehmen wäre, daſs das ſehr fruchtbare Sicilien ſo ganz vorzüglich üppig fruchtbar an Gras und Futterkräutern iſt.*

12. Ich kann nicht umhin, noch einmal des ehemaligen würdigen Schulmanns, *Chr. Leiſte*, Rectors in Wolfenbüttel, ehrenvoll zu erwähnen. *Leſſing* konnte nemlich zugleich mit dem Abdrucke des Epigramms einen Aufſatz deſſelben betitelt: *Zur Auflöſung des Problems*, S. 438–446. abdrucken laſſen. Dieſe gründliche gedrängte kleine Abhandlung findet ſchon *erſtlich* unſre Normalzahlen, und *zweytens* die des Scholiaſten auf, beydes aber auf einem zwar richtigen, jedoch nicht wenig beſchwerlicheren Wege, als der unſrige iſt. *Drittens* endlich ſind die Schwierigkeiten die Gleichung $S + G = T$ aufzulöſen ſchon in dieſem Aufſatze vorzüglich gut auseinander geſetzt worden.

Das vorſtehende war eigentlich beſtimmt, als ein mathematiſches Programm für eine Feyerlichkeit in unſerm Gymnaſio unter dem Titel: *Siciliens Reichthum an Hornvieh von einem alten Mathematiker ins Unmögliche übertrieben*, abgedruckt zu werden. Dazu war ſchon das Manuſcript abgeliefert, ja der erſte Bogen ſogar geſetzt worden, als unvermuthet dieſe Feyerlichkeit wegfiel. Aber der Stoff war nun einmal von mir nicht ohne Mühe und Anſtrengung bearbeitet und der Druck angefangen worden; im Laufe dieſer Arbeit war ich auf die nicht unwahrſcheinliche Vermuthung ſpäterer Anhängſel an das Epigramm in Frage gerathen; ich entſchloſs mich daher zu einer Fortſetzung des Drucks unter anderm Titel. Jetzt kam aber auch der Text des Epigramms in Betracht. Daher theilte ich einige Muthmaſsungen über deſſen Ungenauigkeit meinem auf dem Titel genannten Sohne mit. Ich erhielt darauf von ihm folgende kritiſche Anmerkungen, auf die ich unter dem Texte noch durch die Buchſtaben a bis o hinweiſen, nicht aber meine etwanige Ueberſetzung nach ihnen abändern konnte. Das letztere war indeſs

auch

Digitized by Google

auch nicht nöthig; da dieſe Ueberſetzung bloſs dazu dienen ſollte, dem des Griechiſchen unkundigen Liebhaber der Mathematik die Gleichungen richtig anzugeben. Wir wünſchen nun, daſs das mathematiſche und philologiſche Publicum dieſe unſere kleine Arbeit beyfällig aufnehmen möge.

Kri-

Digitized by Google

Kritiſche Anmerkungen

von

K. L. Struve.

a. In der Ueberſchrift muſs es πραγματευομένοις heiſsen.

b. 3. 4. Die *ſiciliſche trinakiſche Inſel* iſt ſelbſt in dieſem Dichterling ein unerträglicher Pleonasmus. Daher vermuthe ich, daſs mit leichter Aenderung ἀγέλῃ ſtatt Σικελῆς zu leſen iſt.

c. 8. Es muſs wol πλήθεϊ ſtatt πλήθεσι heiſsen. Hier iſt ja nicht von den verſchiedenen Mengen der einzelnen Heerden die Rede, wie v. 42., ſondern πλήθεϊ βριθόμενοι iſt bloſs ein ſchwülſtiger Ausdruck für παμπληθεῖς, *übermäſsig viel.*

d. 13. 21. Daſs μικτορχόων und μικτροχόων Druckfehler ſind, iſt gewiſs. Aber kann es μικτοχρόων heiſsen? Der Analogie aller übrigen compoſita nach müſste es μιξοχρόων ſeyn.

Auch

Digitized by Google

Auch iſt μικ]οχρόων gegen die Sprachregel. Nemlich von keinem Verbale auf τὸς können, ſo viel ich weiſs, compoſita dieſer Art, wo das Verbale den erſten Theil bildet, abgeleitet werden, wenn nicht das Verbale die Natur des Verbi ganz abgelegt hat, wie λεπ]ὸς, und zum reinen Adjectiv geworden iſt. Darum leſe ich στικ]οχρόων. Nemlich στικ]ὸς, eigentlich auch ein Verbale, hat ganz die adjectiviſche Bedeutung *ſcheckigt* erhalten, und iſt einerley mit ποικίλος, wofür es hier auch ſteht. Sa ſagt *Oppian*, wie die Lexica nachweiſen, ςικ]όπους.

e. 14. Hier hat *Leſſing* ποικιλοχρόας drucken laſſen ſtatt ποικιλόχρωἶας im Manuſcript, und zwar, wie er ſelbſt S. 425. ſagt, aus einer proſodiſchen Urſache. Er ſah alſo in der Uebereilung nicht, daſs dies Gedicht in Hexametern und Pentametern abgefaſst war. Statt eines richtigen Pentameters gab er uns daher einen daktyliſchen Hexameter von 5 Füſsen, worin noch dazu die Sylbe ποι kurz geleſen werden muſs. Es ſcheint mir überhaupt, als wenn *Leſſing* das ganze Gedicht für hexametriſch gehalten hat; ſonſt würde er wol nach gewohnter Sitte die Pentameter eingerückt haben. Was hier

Digitized by Google

hier entſcheidet, iſt, daſs er S. 433 u. 34. noch drey ungedruckte Räthſel bekannt macht, von denen er S. 435 behauptet, ſie wären in *lauter Hexametern* abgefaſst, unähnlich denen von *Stephanus* herausgegebenen, worin Hexameter und Pentameter wechſelten. Und doch iſt das letzte der von *L.* bekannt gemachten eben ſo gut im elegiſchen Verspaare geſchrieben; aber auch hier ſind die Pentameter nicht eingerückt. — *Wenn ein anderer dieſes verſchuldet, und Leſſing es bemerkt hätte, wie würde es dem unglücklichen ergangen ſeyn?*

f. 16. Statt αὐτȣ̀ς, was ganz überflüſſig iſt, leſe ich αὖτις, vgl. v. 11 u. 13. Es kommen *aufs neue* alle gelben Stiere in den zweyten Theil der Gleichung. So ſteht auch πάλιν v. 20. bey einem 4ten Theil, weil v. 19. ſchon ein vierter Theil vorher gegangen war. Πάλιν und αὖτις iſt ja bekanntlich in ſolchen Verbindungen einerley.

g. 22. Es iſt πάσης — ἐρχομένης eine unrichtige Veränderung von L. Nemlich einmal auf das folgende ἀγέλης kann es ſich nicht beziehen, wovon es durch Interpunction ganz getrennt iſt; zweytens bey πᾶσα ἀγέλη verſtehen ſich die Stie-

Digitized by Google

Stiere ſchon von ſelbſt, wie in v. 18., wo ſie wenn die Deutlichkeit dies erforderte, zuerſt hätten hinzugeſetzt werden müſſen. Wenn würklich πάσαις — ἐρχομέναις in der Handſchrif, ſteht, ſo iſt es Fehler des Abſchreibers, der an ἰσάζοντο mit dem Dativ dachte. Es hieſs wol ohne Zweyfel πασῶν – ἐρχομένων.

h. 23. Der Verbindung wegen muſs es nothwendig ξανθοτρίχων δ᾽ ἀγέλης heiſsen.

i. 28. Es kann τετραχῆ allerdings nie *viertens* heiſsen. Auch zeigt das hinter ξανθαί im folgenden Verſe geſetze δέ, daſs τετραχῆ, oder das Wort, welches dafür ſtand, noch zum vorigen gezogen werden muſs. Ich würde πλῆθος ἔχον ἀτρεκὲς leſen. Denn, daſs vorher v. 19 und nachher v. 27. die erſte Sylbe in ἀτρεκές lang iſt, ſchadet nichts, da ſie an und für ſich kurz und lang gebraucht werden kann, und der Verfaſſer eben ſo τετράτῳ mit erſter kurzer Sylbe v. 20., mit langer aber v. 19. ſetzt. Auch wechſelt er ſo mit der mittelſten Sylbe von ἀριθμός v. 30. 31., und mit ἴσος und ἶσος v. 11 u. 25. Allein die an und für ſich nicht tadelhafte Verlängerung der letzten Sylbe in ἔχον in der Arſis vor einem Vocale

kommt

kommt doch ſonſt in dieſen Verſen nicht wieder vor.

k. 29. Wunderbar wäre es, wenn der Verfaſſer hier in χροιὰν die letzte Sylbe kurz gebraucht hätte, die nothwendig lang iſt, wie er ſelbſt ſehr gut wuſte, da er v. 5. das joniſche χροιὴν ſetzte. Ich vermuthe, er ſchrieb χρῶμα mit legitimen Hiatus vor ἕκαςαι, wie v. 7.

l. 31. Sicher, wie Sie vorſchlagen, ἐναρίθμιος.

m. 32. *Καὶ τάδε πάντα noch folgende alle?* Was heiſst das? Es werden ja nur noch zwey Beſchaffenheiten genannt; und gehörten denn die vorigen Eigenſchaften nicht ſchon unter die πάντα? Mit leichter Aenderung leſe ich καὶ τάδ᾽ ἔτ᾽ ἄλλα.

n. 33. 34. Das Medium μίξασθαι iſt mir unbekannt; doch pflegen ſpätere Schriftſteller zuweilen Aoriſte des Mediums in paſſiver Bedeutung zu ſetzen. Dann müſte es aber πληθυῖ κυανέων heiſsen. Ferner ſind die anderthalb Verſe 35. 36. mir ganz unerklärlich. Angenommen πλίνθος könnte Quadrat heiſsen, und ginge auf die vorige Quadratzahl, ſo wäre der Sinn: *Siciliens Ebenen, ſo groſs ſie auch waren, wurden ganz von dieſem Quadrate angefüllt.* Allein wo fan-

ſanden denn die ſcheckigten und gelben ihren Platz? Und wie ſollte denn die dreyeckigte (*Θρινάκια*) Inſel ganz ausgefüllt werden von einem Vierecke? Ferner *δʼ αὖ* v. 35. kann nur einen Gegenſatz, etwas neues anzeigen; es würde alſo hier noch ein *πάθος* angekündigt, wie gleich in v. 37. mit demſelben Worte. Und daſs hier noch eine neue Eigenſchaft ſtand, dazu leitet das Wort *πλίνθος*. Nemlich wenn *πλίνθος*, *πλινθίον*, *πλίνθις* auch ſonſt von viereckigten *Körpern* gebraucht wird, ſo kann es doch nie von einem Flächeninhalt, von der *Quadratzahl*, gebraucht werden. Vielmehr *πλινθίς* und *πλινθίον* (*πλίνθος* ſelbſt kann ich ſo nicht nachweiſen; aber dem Verſemacher wenigſtens ſtand es frey, des Metrums wegen dies Wort zu gebrauchen) iſt eine *eigene Art körperlicher Zahlen*, worüber ich hier etwas anführen will, weil *Schneider* in ſeinem Lexicon unter *πλινθίον* unbeſtimmt und ungenügend iſt. *Körperliche Zahlen*, *ϛερεοί*, ſind ſolche, die ſich in drey Factoren nach Länge, Breite und Höhe zerlegen laſſen. Dieſe Factoren ſind nun einmal *alle drey gleich*, *ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις*; dann heiſsen die Zahlen *κύβοι*, *Würfel*, z. B. 3 . 3 . 3. Zweytens *alle drey ungleich*, *ἀνισάκις ἄνισοι ἀνισάκις*;

dann

dann heiſsen ſie σφηνίσκοι, *Keile*, z. B. 3 . 5 . 7. Drittens *zwey ſind gleich und eine iſt ungleich.* Nun iſt *die ungleiche* entweder *gröſser*, als die andere, ἰσάκις ἴσοι μειζονάκις, oder *kleiner*, ἰσάκις ἴσοι ἐλαττονάκις; im erſteren Fall heiſsen die Zahlen δοκίδες, *Balken*, z. B. 3 . 3 . 5 etc., im letztern πλινθίδες, *Ziegel*, z. B. 3 . 3 . 2; vgl. *Nicom. Geras. Arithm.* 2, 17. p. 131. Iſt nun πλίνθȣ in unſerm Verſe ächt, ſo kann es wol von Nichts anderm, als von einer ſolchen Zahl verſtanden werden. Aber ob nun die vorhergehende Quadratzahl zugleich eine πλίνθις, oder πλινθίον, ſeyn ſoll, was die Worte noch am erſten beſagen, nur daſs ich dann mit πάντη Nichts anzufangen weiſs, oder ob bey gröſserm Verderbniſs der Stelle eine andere Summenverbindung eine πλίνθος machen ſoll, kann ich nicht beſtimmen. Auſserdem würde aber auch dieſe Eigenſchaft gerade wol wenig Einfluſs auf die Rechnung haben, da ja jede etwas groſse zuſammengeſetzte Zahl aus mehrern Factoren, worunter einige gleich ſind, ſich ſowol als δοκὶς, als auch als πλινθὶς, darſtellen läſst. Iſt doch 144 in 2. 2. 36, oder 4. 4. 9 eine δοκὶς, und in 6. 6. 4 eine πλινθὶς. — Da nun aber der Scholiaſt von keiner neuen Zahleigenſchaft in dieſem Gedichte

etwas

Digitized by Google

etwas weiſs, ſo folgt wol aus allem dieſen, daſs ſicher τὰ δ'αῦ und πλίνθου, wenn nicht noch mehr Wörter, in dieſen 1½ Verſen corrumpirt ſind. Was da geſtanden iſt, vermag ich im geringſten nicht einmal zu ahnden; *ſicher war es wol etwas zum Schmuck oder zum Bilde gehöriges, was auf die Aufgabe keinen Einfluſs hat.*

o. 40–Ende. Allerdings iſt οὐτ' ἐπιλειπομένων nur Lückenbüſser für den Sinn; allein es hängt mit einer *andern Eigenſchaft beyder alten Sprachen zuſammen, die zu wenig beachtet iſt.* Um nemlich einen Gedanken *recht herauszuheben*, verbinden ſie ihn mit ſeinem Gegentheile, und dies ſelbſt in ſolchen Fügungen, wo durchaus nur das eine von den beyden Gegenſätzen in den Sinn paſst. So *Horaz* Epod. 5. 49. quid dixit, aut quid tacuit? Hier paſst nur für den Sinn das dixit; da aber des Menſchen ganze Geſinnung in Worten und Gedanken ſich äuſsert: ſo ſind den laut geäuſserten Worten auch die heimlichen Gedanken hinzugefügt, obgleich der Zuſammenhang nur das erſte brauchen kann. *Ebendaſelbſt* v. 87. leſen wir venena magnum fas nefasque. Zaubermittel ſind ein nefas, ja ein magnum nefas; da aber groſses, auſserordentliches, beſonders in moraliſcher Hinſicht ſonſt durch fas nefasque, fanda nefandaque, aus-

ausgedrückt wird, ſo ſteht hier zur Steigerung des Gedankens venena m. f. n. q., ſo unrichtig für den eigentlichen Sinn das magnum fas iſt. Beyde Stellen ſind von den Auslegern des *Horaz*, ſo viel ich weiſs, noch nie aus dieſem Geſichtspuncte angeſehen worden. In *Sophocles* Antigone 1108. leſen wir *ἴτ', ἴτ' ὀπάονες, οἵ γ' ὄντες, οἵτ' ἀπόντες*. Alles ſoll gehen, was nur gehen kann, *geht, geht, ſo viel ihr nur da ſeyd*. In der Verwirrung der Leidenſchaft, ſagt *Creon* aber kräftiger, *es gehe, wer hier iſt, und wer nicht hier iſt*, obgleich der letzte Befehl eigentlich Unſinn iſt. Dies Beyſpiel paſst faſt ganz genau auf die Stelle unſers Verfaſſers. Gelbe und ſcheckige Stiere zuſammen machen genau eine Trigonalzahl aus, ohne Einmiſchung der andersfarbigen; Nichts kann hinzu, Nichts abgenommen werden. So konnte der Dichter den falſchen Gegenſatz brauchen, *indem andersfarbige Stiere weder dabey ſind, noch daran fehlen*, wo das letztere an und für ſich Unſinn iſt. — *V. 41.* Man leſe ſicher *τᾶυτα σύ γ' ἐξευρῶν*; von einem *Mit*auffinder (aber wie, wenn wir hier ein ſpäteres Anhängſel hätten?) kann nicht die Rede ſeyn. — V. 43. 44. Von einem andern Schriftſteller würde der Hiatus in der Cäſur des Pentameters durch Umſtellung von *ταύτῃ* und *πάντως*, richtiger wol *πάντων*, vermieden worden ſeyn.

Mathe-

Mathematiſcher kleiner Zuſatz.

Es ſteht S. 30. Z. 6 ff. folgendes:

„Allein dieſe Annahme $n + 1 = m^2$ iſt hier nicht anwendbar, denn *ſie erfordert ein gerades* $t = \frac{n}{2}$,' und unſer $t = 52 .. 803$ iſt ungerade."

Dies iſt richtig; leuchtet aber nicht ſogleich ein. Man könnte einwenden: in $t = \frac{n}{2}$ muſs n allerdings gerade ſeyn, *aber warum auch t?* Kann nicht n ein ſogenannter *numerus impariter par* ſeyn, wie $6 = 3 . 2$, $10 = 5 . 2$ u. ſ. w. dies ſind, *wodurch t ungerade würde?* Hierauf iſt zu erwiedern: *es iſt n immer ein numerus pariter par*, wie $8 = 4 . 2$, $12 = 6 . 2$ u. ſ. w. ſind, *wodurch* $t = \frac{n}{2}$ *alſo gerade werden muſs.* Nemlich m^2 iſt in $n + 1 = m^2$ *immer eine ungerade Quadratzahl;* demnach iſt $n + 1 = m^2 = (2r + 1)^2 = 4r^2 + 4r + 1$; alſo $n = 4r^2 + 4r$.

Digitized by Google

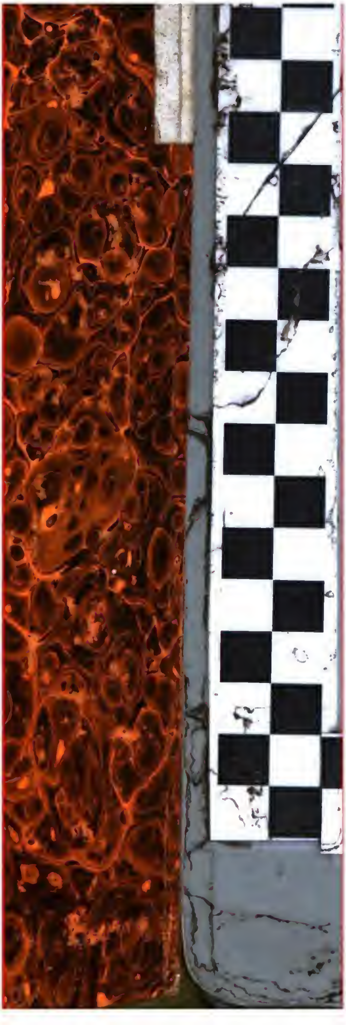
Altona,

gedruckt in der Hammerich- und Heineking'schen Buchdruckerei.

Digitized by Google

Österreichische Nationalbibliothek
+Z183179008
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google